

SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA ELÍPTICO DE ESCOAMENTO
POTENCIAL DO AR AO REDOR DE PERFIS DE TRENS DE ALTA
VELOCIDADE ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Antonio Vinícius Varandas Pires

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Gustavo Rabello dos Anjos

Rio de Janeiro

Outubro de 2023

SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA ELÍPTICO DE ESCOAMENTO
POTENCIAL DO AR AO REDOR DE PERFIS DE TRENS DE ALTA
VELOCIDADE ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

Antonio Vinícius Varandas Pires

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovado por:

Prof. Gustavo Rabello dos Anjos

Prof. Nome do Membro da Banca 2

Prof. Nome do Membro da Banca 3

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 2023

Varandas Pires, Antonio Vinícius

Solução numérica do Problema Elíptico de Escoamento Potencial do ar ao redor de perfis de Trens de Alta Velocidade através do método de elementos finitos/ Antonio Vinícius Varandas Pires. – Rio de Janeiro: UFRJ / Escola Politécnica, 2023.

XIV, 79 p. : il.; 29,7cm.

Orientador: Gustavo Rabello dos Anjos

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/

Curso de Engenharia Mecânica, 2023.

Referências Bibliográficas: p. 52 – 58.

1. . 2. . 3. . I. Rabello dos Anjos, Gustavo.
- II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Curso de Engenharia Mecânica.
- III. Solução numérica do Problema Elíptico de Escoamento Potencial do ar ao redor de perfis de Trens de Alta Velocidade através do método de elementos finitos.

“ Saber muito não é o mesmo que ser inteligente; inteligência não é só a informação sozinha, mas também julgamento, a maneira pela qual uma informação é coordenada e utilizada. “

Carl Sagan em *Cosmos*, capítulo XI

Agradecimentos

Aos professores Darlene e Giovanne que me mostraram a importância da matemática no Ensino Fundamental.

À doutora em engenharia mecânica Julianna Valério pela iniciação científica no Instituto de Computação.

Ao meu Orientador Professor Gustavo dos Anjos pelos ensinamentos transmitidos .

Ao Engenheiro e futuro professor Felipe Ferres pela ajuda.

Aos ‘‘Antonios Vinícius’’ de 13, 14, 15 anos que muito sonharam com essa Conquista.

Ao CEFET-RJ pelos extraordinários Ensino Médio e Ensino Técnico.

Agradeço a Universidade Federal do Rio de Janeiro. bem como a Escola Politécnica pelo ensino que a mais de um século é referência para a engenharia nacional.

A todo aquele à toda aquela que não me atrapalhou durante a finalização desta etapa.

A minha família e a minha mãe Maria Cristina.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico

Solução numérica do Problema Elíptico de Escoamento Potencial do ar ao redor de perfis de Trens de Alta Velocidade através do Método de Elementos Finitos.

Antonio Vinícius Varandas Pires

Outubro / 2023

Orientador: Gustavo Rabello dos Anjos

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho tem como objetivo analisar o escoamento do ar em torno de três modelos de Trens de Alta Velocidade (HST) e obter conclusões a partir da análise gráfica sobre qual o melhor perfil aerodinâmico a ser adotado. Para este propósito utiliza-se da abordagem computacional que permite reprodutibilidade nos resultados, através da chamada computação científica que consiste em analisar um grande volume de dados gerados por problemas da engenharia. Propõe-se utilizar softwares livres no lugar de softwares comerciais que apesar de serem mais complexos, podem sofrer com o chamado efeito de ‘Caixa Preta’ quando não se conhece os mecanismos internos de resolução de problemas.

Palavras-Chave: High speed rail, trens, escoamento potencial, curvas spline, python, elementos finitos.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Mechanical Engineer

NUMERICAL SOLUTION OF THE ELLIPTICAL PROBLEM OF AIR POTENTIAL
FLOW AROUND HIGH SPEED TRAINS PROFILES THROUGH THE FINITE
ELEMENT METHOD

Antonio Vinícius Varandas Pires

October /2023

Advisor: Gustavo Rabello dos Anjos

Department: Mechanical Engineering

This work aims to analyze the air flow around three models of High Speed Trains (HST) and obtain conclusions from the graphical analysis on which is the best aerodynamics shape to be adopted. For this purpose a computational aproches is used that allows reproducibility of the results, through the so-called scientific computing, which consists of analyzing a large volume of data generated by engineering problems. It is proposed to use free software instead of commercial software that, despite being more complex, may suffer from the so-called 'Black Box' effect when the internal problem-solving mechanisms are not known.

Key-words: High speed rail, trains, potential flow, spline curves, Python, finite elements method.

Sumário

Lista de Figuras.....	x
Lista de Tabelas.....	xii
Lista de Símbolos.....	xiii
1. Introdução	
1.1 Considerações Iniciais.....	1
1.2 Objetivo.....	1
1.3 Justificativa para a escolha dos modelos.....	4
1.4 Estrutura do Projeto.....	5
2. Características dos modelos de HST's escolhidos para os estudos de caso.....	6
2.1 CRRC China Railway (R400AF) ‘Blue Dolphin’.....	6
2.2 TGV, Train à grande vitesse, trem de grande velocidade Euroduplex, também conhecido como, TGV 2N2.....	7
2.3 JR (Japan Railway) H5 新幹線 (Shinkansen).....	8
3. Revisão bibliográfica.....	12
3.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional.....	12
3.1.1 Simplificação essencial da equação de Navier-Stokes.....	12
3.1.2 Equação de Euler.....	13
3.1.3 Fluido Incompressível.....	14
3.1.4 Escoamento Potencial.....	14
3.1.5 Função Corrente.....	15
3.1.6 Escoamento Irrotacional.....	15

3.1.7	Caracterização do escoamento em relação ao número de Reynolds.....	16
4.	Metodologia aplicada.....	18
4.1	O método de Elementos Finitos- MEF.....	18
4.1.1	Discretização da Equação de Laplace.....	19
4.1.2	Teste de geometrias simples para a validação do método.....	21
4.2	A linguagem Python.....	22
4.2.1	Módulos utilizados e suas respectivas versões.....	23
4.3	Geração de malhas.....	23
4.3.1	Estudo sobre a convergência das malhas.....	24
4.4	Condições de Contorno para o Problema Elíptico.....	26
4.5	Curvas Spline tipo NURB.....	27
5.	Simulações computacionais.....	30
5.1	Limite de altura de 5 m.....	30
5.2	Limite de altura de 10 m.....	37
5.3	Análise de resultados.....	39
6.	Conclusões acerca deste Projeto.....	41
6.1	Sugestões para projetos futuros.....	42
	Anexos.....	42
	Referências Bibliográficas	52

Lista de Figuras

- 1.1 Inauguração do serviço de alta velocidade japonês.
- 1.2 Comprimento das Redes de Alta Velocidade a cada ano entre 1964 até 2021.
- 1.3 Comprimento das redes de serviços de alta velocidade em operação por país em 2022.
- 1.4 Material Rodante de Alta Velocidade, frota por país em 2022.
- 2.1 CR400AF.
- 2.2 TGV Euroduplex.
- 2.3 JR H5 新幹線.
- 2.4 Esquema de alimentação elétrica dos HST's.
- 2.5 Alimentação via aérea com coleta por pantógrafos.
- 2.6 Modelo importado para SolidWorks mostrando os componentes de um pantógrafo para análise.
- 3.1 Transição do regime de escoamento externo sobre uma placa plana.
- 4.1 Fluxograma para Análise por Elementos Finitos.
- 4.2: Escoamento entre duas placas planas, escoamento de Couette.
- 4.3: Escoamento em torno de um cilindro.
- 4.4: Malha com 49 nós e 70 elementos triangulares.
- 4.5: Malha com 167 nós e 280 elementos triangulares.
- 4.6: Malha com 613 nós e 1120 elementos triangulares.
- 4.7: Malha com 2345 nós e 4480 elementos triangulares.
- 4.8: Malha com 9169 nós e 17920 elementos triangulares.

- 4.9: Esquematização das Condições de Contorno.
- 4.10: Uso inicial das curvas Spline.
- 4.11 Curva Spline 2D.
- 4.12: Curva Spline 3D.
- 5.1: Vista frontal do CR400AF.
- 5.2: Perfil real do CR400AF.
- 5.3: Exemplo de malha computacional gerada para o CR400AF.
- 5.4: Vista frontal do TGV 2N2.
- 5.5: Perfil real do TGV 2N2.
- 5.6: Exemplo de malha computacional gerada para o TGV 2N2.
- 5.7: Vista frontal do JR H5.
- 5.8: Perfil real do JR H5.
- 5.9: Exemplo de malha computacional gerada para o JR H5.
- 5.10: Resultado da simulação via FEM para o TGV 2N2.
- 5.11: Resultado da simulação via FEM para o JR H5.
- 5.12: Resultado da simulação via FEM para o CR400AF.
- 5.13: Resultado da simulação via FEM para o TGV 2N2.
- 5.14: Resultado da simulação via FEM para o JR H5.

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Características principais do modelo CR400AF

Tabela 2.2: Características principais do modelo TGV Euroduplex

Tabela 2.3: Características principais do modelo JR H5

Tabela 3.1: Classificação do escoamento de acordo com a faixa do número de Reynolds

Lista de Símbolos

ρ Massa específica

μ Viscosidade dinâmica

ν Viscosidade cinemática

ψ Função potencial

u Vetor velocidade

Δ Operador laplaciano

∇^2 Operador laplaciano

Re Número de Reynolds

Ma Número de Mach

FEM Finite Elements Method, Método de Elementos Finitos

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Como parte dos avanços na tecnologia de transporte de passageiros, surge uma nova categoria de material rodante ferroviário com capacidade de atingir 200 km/h em velocidade de operação.

O primeiro serviço que se pode considerar desta natureza foi o 東海道新幹線 Tōkaidō Shinkansen inaugurado em 1º de outubro de 1964.



Figura 1.1: Inauguração do serviço de alta velocidade japonês. [1]

Atualmente o número de linhas de alta velocidade está em ascensão no mundo, sendo a China o país com o maior número de trechos inaugurados na década compreendida entre 2011 e 2020.

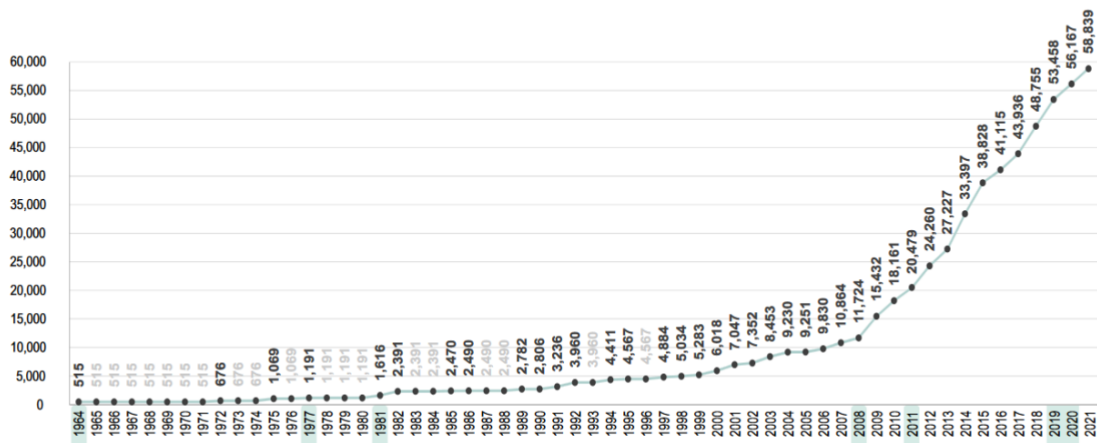


Figura 1.2: Comprimento das Redes de Alta Velocidade, em km, a cada ano entre 1964 até 2021 (Adaptado de Ref. 2)

Também podemos observar no gráfico abaixo, a malha ferroviária de cada país. Sendo que China, Espanha, Japão, França e Alemanha se destacam possuindo atualmente mais de 1.500 km de rede cada um; e dentre estes a China sozinha possui a malha maior do que todos os outros países somados atingindo até o momento 40.474 km.

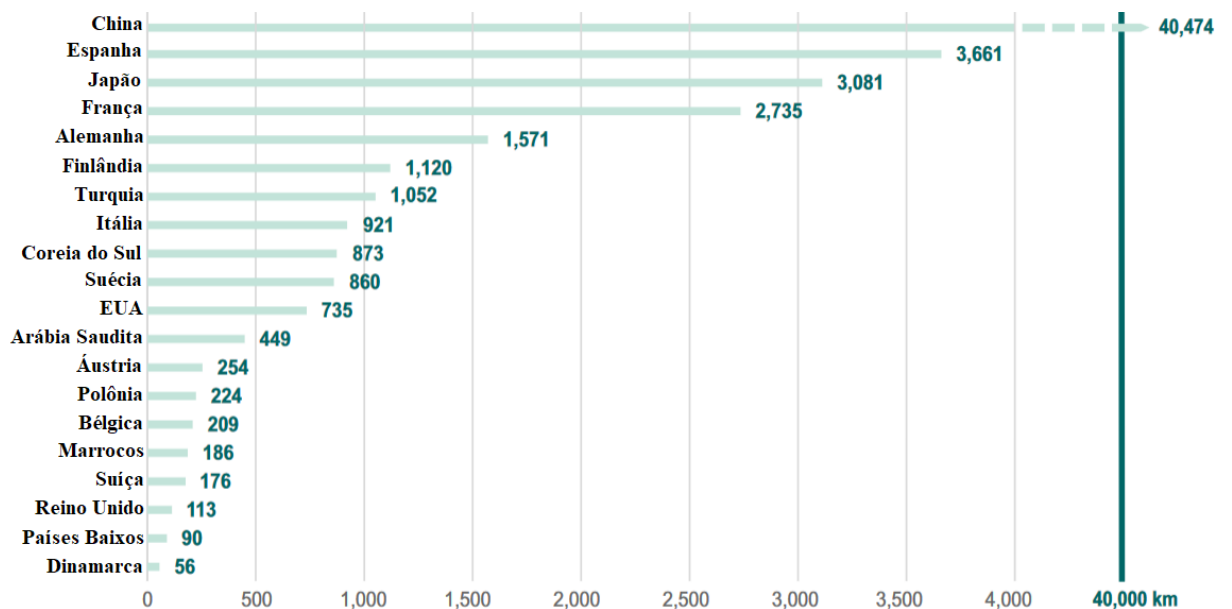


Figura 1.3: Comprimento das redes de serviços de alta velocidade em operação por país em 2022. [Adaptado de 2]

Com isso o número de veículos ferroviários de alta velocidade, doravante denominados HST's, sigla para High Speed Trains, teve um grande salto com a entrada em serviço de novos carros de passageiros. Faz-se necessário um método de avaliação preliminar do formato aerodinâmico dos trens.

O presente trabalho reúne o estudo de três modelos de HST's que entraram em circulação na década compreendida entre 2011 e 2020 na China. E um modelo utilizado desde 2011 na França. Há uma frota de mais de 6500 veículos do tipo HST's no mundo, sendo mais da metade na República Popular da China.

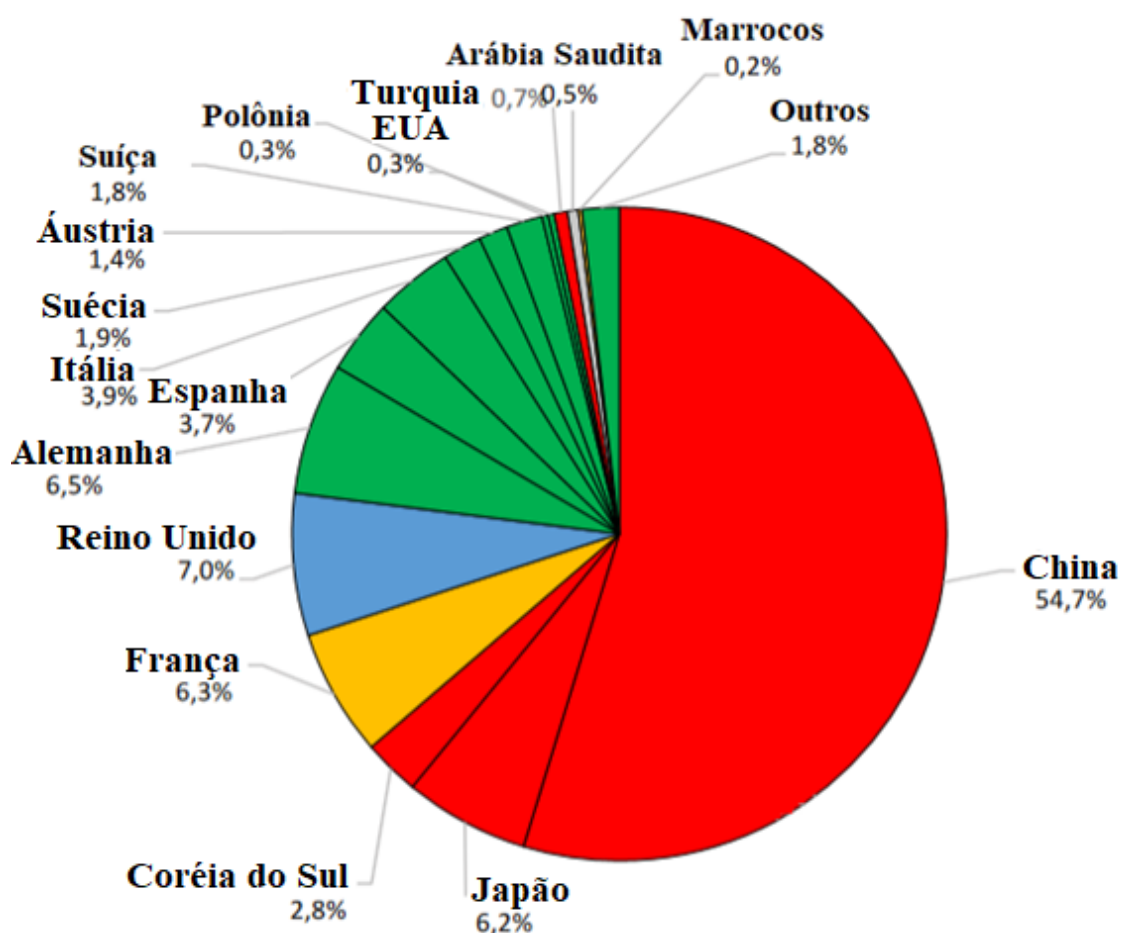


Figura 1.4: Material Rodante de Alta Velocidade, frota por país em 2022. [Adaptado de 2]

1.2 Objetivo

Determinar o campo de velocidades ao redor de geometrias de HST's estabelecidas através do ajuste de curvas splines do tipo NURB. Para isso precisamos resolver o problema elíptico, equação diferencial ordinária (EDO) de Laplace, utilizando a formulação matemática de função corrente ψ para as chamadas linhas de fluxo.

1.3 Justificativa para a escolha dos modelos

Os dois modelos de HST chineses foram postos em circulação recentemente (2011 e 2016) e ainda há poucos estudos sobre o escoamento ao redor de suas formas (shapes). Portanto, elaborou-se uma metodologia simples e de baixo custo, que permita avaliar como se comportam os HST's em velocidade de operação do ponto de vista aerodinâmico. Uma vez que veículos ferroviários são produtos fabricados especificamente sob demanda, mediante as necessidades específicas de cada sistema onde o mesmo entrará em operação.

Utilizando-se computação científica foi elaborado um script em linguagem Python que recebe um arquivo de malha com extensão .msh e através de métodos numéricos traça um gráfico do campo de velocidades em torno de um HST previamente modelado.

1.4 Estrutura do Projeto

Este trabalho apresenta a seguinte divisão: inicialmente são escolhidos os trens de alta velocidade que terão sua forma analisada. Em seguida é feita uma revisão bibliográfica onde é exposto o arcabouço teórico da física e matemática necessárias. Após este alicerce é apresentado um método matemático computacional para que os problemas sejam resolvidos bem como sua validação. Então finalmente são apresentadas as soluções na forma de gráficos, uma discussão acerca dos resultados e sugestões para projetos futuros com base na temática aqui apresentada.

Capítulo 2

Características dos modelos de HST's escolhidos para os estudos de caso.

No que concerne as características comuns a estes HSTs podemos destacar a alimentação elétrica via rede aérea, pois esta é preferencialmente utilizada quando se projeta sistemas ferroviários com velocidade acima de 130 km/h, em contraponto a alimentação pelo solo via terceiro trilho sendo esta utilizada em sistemas urbanos.

Estes veículos contam uma formação básica composta por dois carros motores iguais nas extremidades e no meio os carros de passageiros podendo estes serem motorizados ou não de acordo com o modelo. Destaca-se também a bitola (distância entre os trilhos) no padrão internacional de 1.435 mm.

2.1 CRRC China Railway CR400AF “Blue Dolphin”



Figura 2.1 CR400AF [3]

Tabela 2.1: Características principais do modelo CR400AF [4]

Fabricante	CRRC Corporation Limited
Entrada em operação	15 de agosto de 2016
Especificações técnicas	
Dimensões dos carros	
Comprimento total	209 m
Velocidade Máxima	
Em serviço	350 km/h
Projeto	400 km/h
Em teste	420 km/h
Potência total dos motores sob 25 kV	
10,4 MW (13.947 HP)	

2.2 TGV, Train à grande vitesse, trem de grande velocidade

Euroduplex, também conhecido como, TGV 2N2



Figura 2.2 TGV Euroduplex [5]

Tabela 2.2: Características principais do modelo TGV Euroduplex [6]

Fabricante:	Alstom
Especificações técnicas	
Dimensões dos carros	
Comprimento total	200,19 m
Velocidade Máxima	
Em serviço	320 km/h
Projeto	320 km/h
Em teste	320 km/h
Potência total dos motores sob 25 kV 50 Hz AC	
9,28 MW (12.445 HP)	

2.3 JR (Japanese Railway) H5 新幹線 (Shinkansen)



Figura 2.3 JR H5 新幹線 [7]

Tabela 2.3: Características principais do modelo JR H5 [8]

Fabricante:	Hitachi Rail
Especificações técnicas	
Dimensões dos carros	
Comprimento total	253 m
Velocidade Máxima	
Em serviço	320 km/h
Projeto	320 km/h
Em teste	320 km/h
Potência total dos motores sob 25 kV 50 Hz AC	
9,6 MW (12.874 HP)	

São apresentados abaixo três desenhos esquemáticos sobre como é a tração elétrica com rede aérea denominada catenária. As características eletroeletrônicas bem como os sistemas de controle da sinalização ferroviária dos HST's estão fora do escopo analisado neste trabalho.

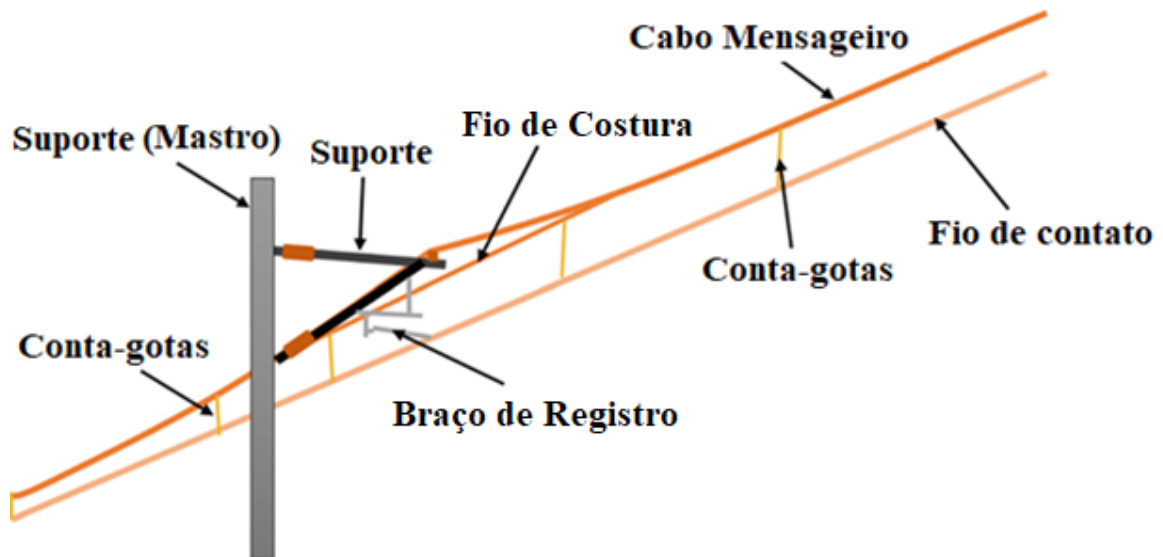


Figura 2.4: Esquema de alimentação elétrica dos HST's. [Adaptado de 9]



Figura 2.5: Alimentação via aérea com coleta por pantógrafos. [Adaptado de 10]

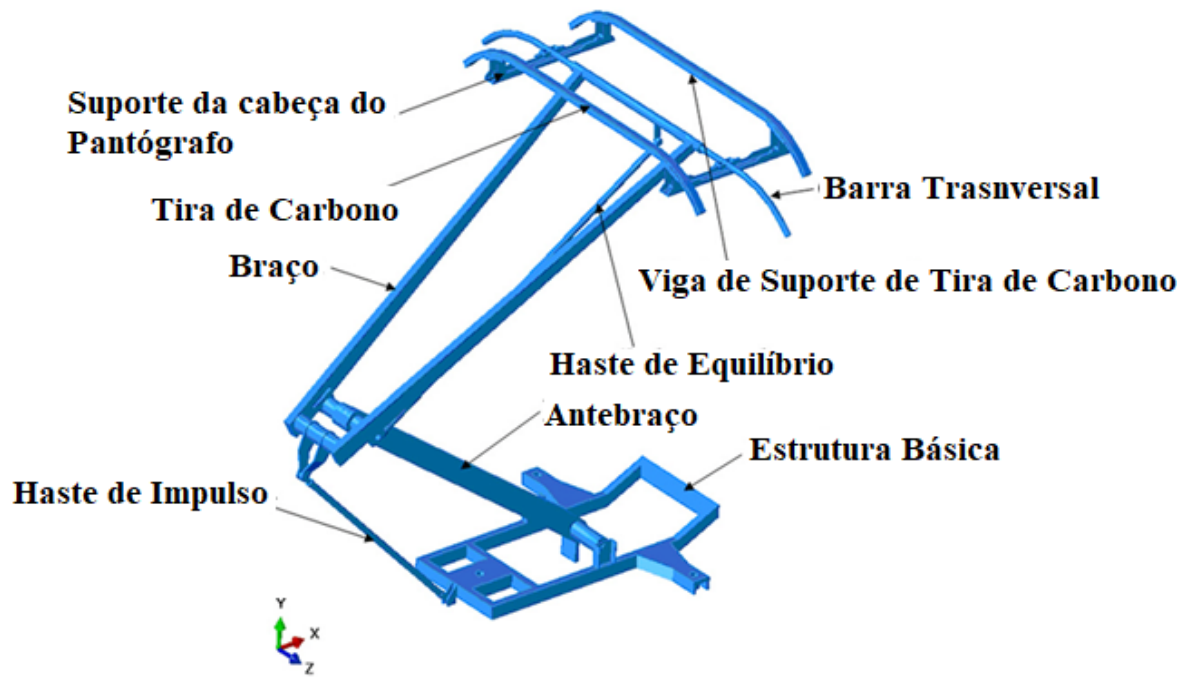


Figura 2.6: Modelo importado para SolidWorks mostrando os componentes de um pantógrafo para análise. [Adaptado de 11]

Capítulo 3

Revisão bibliográfica

3.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional

3.1.1 Simplificação essencial da equação de Navier-Stokes

Uma solução geral das equações de quantidade de movimento conhecidas como equações de Navier-Stokes (3.1) nos forneceria o campo de velocidades e o campo de pressões, conhecidas as condições iniciais e de contorno adequadas para cada problema (ÇENGEL, YUNUS A., AND JOHN M. CIMBALA, 2017) [12].

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right) \quad (3.1)$$

Sendo ρ a pressão atuante no fluido e μ a viscosidade.

Contudo, mesmo considerando escoamentos incompressíveis e fluido com viscosidade constante (chamado fluido newtoniano) ainda assim teríamos de resolver o seguinte conjunto de equações:

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + \rho g_x \quad (3.2a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \rho g_y \quad (3.2b)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0. \quad (3.3)$$

$$\text{Logo: } \rho(x, y, z, t) = \rho \quad (3.4)$$

Porém não se conhece uma solução analítica geral para essas equações o que nos leva a utilizar métodos numéricos juntamente com a computação científica para se obter a solução desejada.

3.1.2 Equação de Euler

Eliminando-se o termo viscoso das equações de Navier-Stokes obtemos a chamada equação de Euler (EULER, 1757) [13] (3.6), válida para fluidos com $\mu = 0$ doravante denominados fluídos invíscidos, também conhecidos como escoamentos sem atrito ou como escoamentos com tenões de cisalhamento nulas.

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} + \nabla p = 0 \quad (3.6)$$

Esta formulação pode ser utilizada em situações onde o escoamento não se dá num espaço fechado como tubos e canais, ou seja, o escoamento é dito externo em contato com a atmosfera. A chamada camada limite hidrodinâmica que é a região onde os efeitos viscosos são importantes, também pode ser considerada desprezível com um comprimento próximo de zero (BATCHELOR, 1996) [14].

3.1.3 Fluido incompressível

Para estas simulações adotou-se também a hipótese de fluido incompressível. Esta é uma hipótese aceitável quando o número de Mach é menor do que 0,3 (ÇENGEL, YUNUS A., AND JOHN M. CIMBALA, 2017) [12].

3.1.4 Escoamento Potencial

Outra importante hipótese considerada na elaboração deste trabalho é o tratamento dado pela equação do potencial também chamada de equação de Laplace em coordenadas cartesianas.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \equiv \psi_{xx} + \psi_{yy} = 0 \quad (3.6)$$

Ou escrita de forma compacta usando o operador diferencial ∇^2 é chamado de Laplaciano.

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (3.7)$$

Esta equação possui solução analítica atrás do método de separação de variáveis no caso de geometrias simples como um quadrado e uma circunferência.

Problemas que fazem o uso desta equação diferencial ordinária são chamados problemas elípticos.

3.1.5 Função Corrente

Para isso se utilizou a chamada Função Corrente para as linhas de fluxo que são tangentes à velocidade do fluxo.

$$\psi_x = v \quad (3.8)$$

$$\psi_y = -u \quad (3.9)$$

3.1.6 Escoamento Irrotacional

Quando as partículas de fluido não giram o escoamento pode ser dito irrotacional, ou seja, quando matematicamente:

$$\nabla \times \vec{v} = v_x - u_y = 0 \quad (3.10)$$

Ou seja, são desconsiderados nesta abordagem, os efeitos de vorticidade. Pelo Teorema de Stokes, temos que o vetor vorticidade é nulo (BATCHELOR, 1996) [14]:

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times u) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (3.11)$$

3.1.7 Caracterização do Escoamento em relação ao número de Reynolds

O número de Reynolds (REYNOLDS.1883) [15](3.12) é um parâmetro adimensional que é definido como a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas num escoamento.

$$Re = \frac{uL}{\nu} \quad (3.12)$$

Para a situação de escoamentos externos precisamos determinar se o mesmo tem caráter laminar ou turbulento. De acordo com (White F.M., 2011) para um escoamento externo a transição se dá para um valor de Reynolds de acordo com a tabela 3.1:

Tabela 3.1: Classificação do escoamento de acordo com a faixa do número de Reynolds. [12]

Escoamento Laminar ($Re \leq 5 \times 10^5$)	Região de transição ($5 \times 10^5 \leq Re \leq 10^8$)	Escoamento Turbulento ($5 \times 10^5 < Re < 10^8$)
--	---	---

Entretanto, esses valores acima foram verificados no escoamento externo sobre uma placa plana, podendo não corresponder exatamente a perfis de veículos reais. Contudo nos fornecem uma aproximação aceitável.

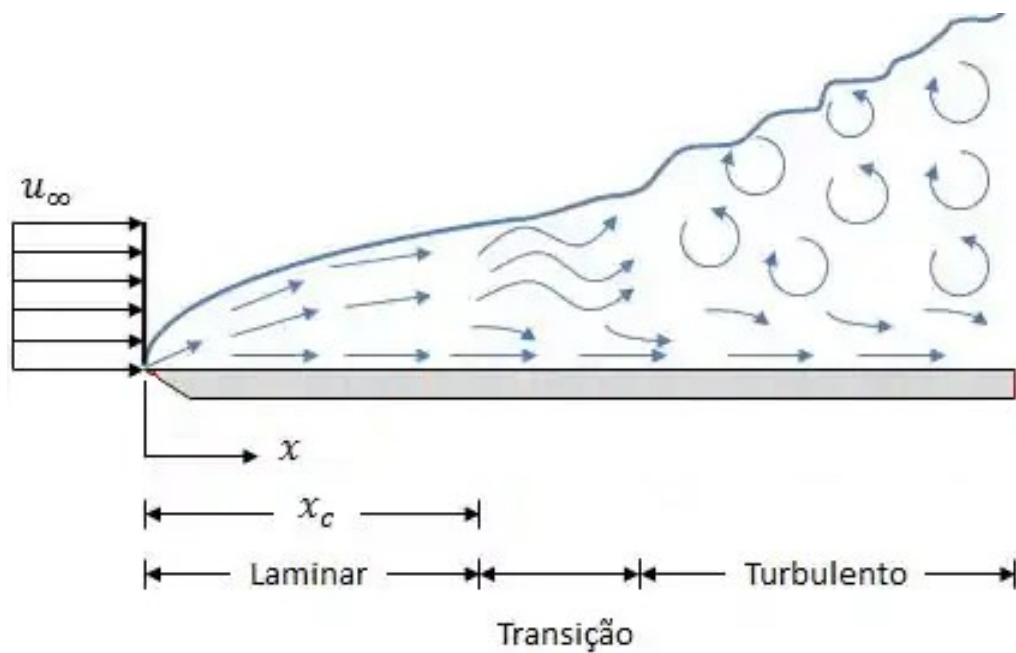


Figura 3.1: Transição do regime de escoamento externo sobre uma placa plana. [Adaptado de 14]

Para o escoamento proporcionado pelo movimento dos HST's temos para a velocidade de operação máxima de 100 m/s, uma viscosidade cinemática de $1,460 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ para a atmosfera ao nível do mar [16] um número de Reynolds equivalente de $2,740 \times 10^7$. Caracterizando assim o escoamento dentro regime turbulento.

Capítulo 4

Metodologia aplicada

4.1 O Método de Elementos Finitos – MEF

Problemas mecânicos mais simples podem ter suas propriedades desconhecidas determinadas através de soluções analíticas. Porém em aplicações reais, os problemas não são tão simples (SHIGLEY, 2014) [17] e quase sempre se faz necessário um método numérico para obtermos soluções aproximadas, porém tão boas quanto se queira.

O método dos elementos finitos surgiu para contornar as dificuldades e problemas inerentes aos métodos analíticos. Este método consiste na divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos [18]. Para a utilização do MEF é necessário manipular a equação passando-a para a forma discretizada (ANJOS, 2022) [19].

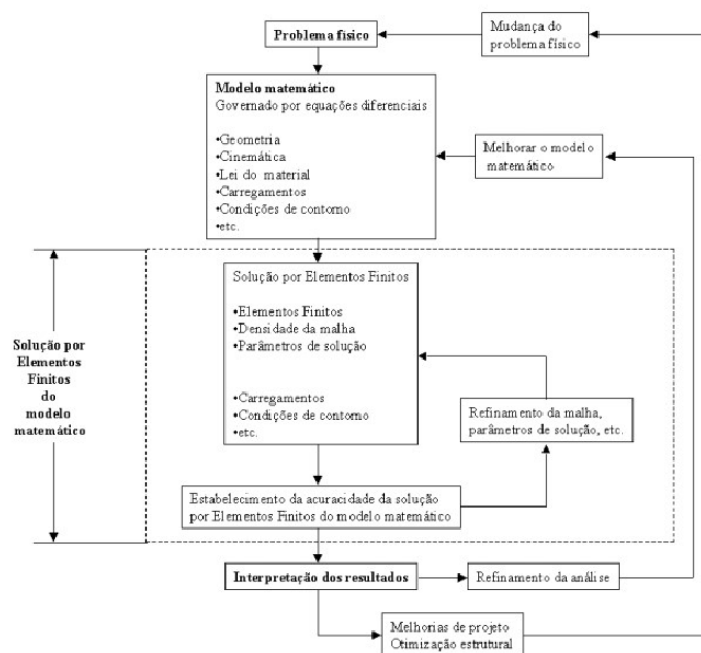


Figura 4.1: Fluxograma para Análise por Elementos Finitos. [Adaptado de 20]

4.1.1 Discretização da Equação de Laplace

Para aplicarmos o MEF devemos ponderar a equação através de uma função chamada peso $w(x,y)$ e integrar na região do domínio:

$$\int_{\Omega} w \nabla^2 \psi \, d\Omega = 0 \quad (4.1)$$

Usar então a identidade de Green para diminuir a ordem do termo da derivada segunda:

$$\int_{\Gamma} w \nabla \psi \cdot \mathbf{n} \, d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \psi \cdot \nabla w \, d\Omega = 0 \quad (4.2)$$

Com isso obtemos a forma fraca da equação (também chamada de forma variacional ou ainda integral):

$$\int_{\Omega} \nabla \psi \cdot \nabla w \, d\Omega = 0 \quad (4.3)$$

Seja $\psi(x,y)$ a chamada Função Tentativa, definida por:

$$\psi(x,y) = \sum_{i=0}^{\infty} N_i(x,y) a_i \quad (4.4)$$

E seja $w(x,y)$ a chamada Função Peso, definida por:

$$w(x,y) = \sum_{j=0}^{\infty} N_j(x,y) b_j \quad (4.5)$$

Fazemos então o truncamento deste somatório infinito até o número n de pontos da malha da seguinte forma:

$$\psi(x, y) \approx \sum_{i=0}^n N_i(x, y) a_i \quad (4.6)$$

$$w(x, y) \approx \sum_{j=0}^n N_j(x, y) b_j \quad (4.7)$$

Para o chamado método de Galerkin [21] igualamos as funções:

$$N_i(x, y) = N_j(x, y) \quad (4.8)$$

E reescrevemos a equação da seguinte forma:

$$\sum_{i=0}^n \left[\sum_{j=0}^n \int_{\Omega} \nabla N_i \cdot \nabla N_j d\Omega \right] a_i = 0 \quad (4.9)$$

Em forma matricial, o termo do Laplaciano gera a chamada matriz de Rigidez K:

$$K_{ij} a_i = 0 + \text{c.c.} \quad (4.10)$$

Finalmente devemos resolver então o seguinte problema:

$$a_i = K_{ij}^{-1} (0 + \text{c.c.}) \quad (4.11)$$

Para encontrar as velocidades desejadas a partir da função corrente, resolvemos as seguintes integrais:

$$\int_{\Omega} w \left(v_x - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) d\Omega = 0 \quad (4.12)$$

$$\int_{\Omega} w \left(v_y + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) d\Omega = 0 \quad (4.13)$$

E então substituímos as funções por suas formas aproximadas de acordo com o método de Galerkin [21]:

$$Mv_x = G_y\psi \quad (4.14)$$

$$Mv_y = -G_x\psi \quad (4.15)$$

Encontramos as velocidades horizontal e vertical resolvendo os dois sistemas lineares a seguir:

$$v_x = M^{-1}(G_y\psi) \quad (4.16)$$

$$v_y = M^{-1}(-G_x\psi) \quad (4.17)$$

4.1.2 Teste de geometrias simples para a validação do método

É importante que o trabalho apresente testes da metodologia aplicada para geometrias simples como o caso do escoamento entre placas planas (Figura 4.2) e sobre um cilindro (Figura 4.3). Com estes resultados podemos inferir que algoritmo aplicado está de acordo com a fisica estabelecida para estes fenômenos.

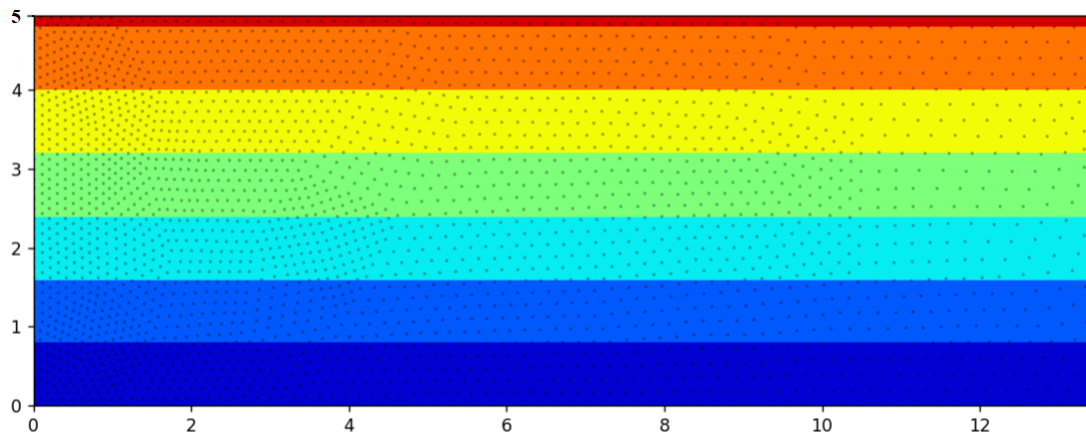


Figura 4.2: Escoamento entre duas placas planas, escoamento de Couette.

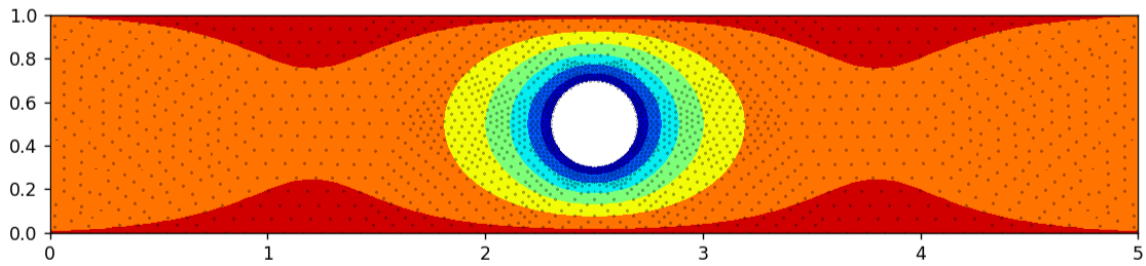


Figura 4.3: Escoamento em torno de um cilindro.

Ambas as figuras mostram um comportamento que é o esperado dentro da teoria de mecânica dos fluidos [12]. Sendo a velocidade prescrita no topo e nula na parte de baixo, condição de não deslizamento, o chamado escoamento de Couette [14], que possui um perfil de velocidades linear (Figura 4.2). E velocidade nula na superfície do cilindro e prescrita nas partes de cima e de baixo do mesmo (figura 4.3).

4.2 A linguagem Python

Python é uma linguagem de programação de alto nível que entre outras funções é utilizada para computação científica. Desde a década de 1990 quando foi criada se tornou uma ferramenta para Data Science devido a sua sintaxe intuitiva e uma grande disponibilidade de módulos ‘libraries’, funções pré-programadas que oferecem ao código novas capacidades. Atualmente a linguagem possui cerca de 137 mil módulos. Em certas aplicações substituiu a linguagem FORTRAN que até então era a mais usada em computação científica e nas aplicações para as engenharias.

Por ter caráter interpretado ao invés de compilado é necessário um software do tipo IDE (integrated development environment, ambiente de desenvolvimento integrado) para

fazer a leitura do código transformando os comandos da linguagem em binários que são finalmente entendidos pela CPU.

Neste trabalho utilizou-se a IDE PyCharm Community Edition que é distribuído sob a licença Apache 2.0 [23] para se fazer a leitura do script em python e gerar os gráficos na saída. Utilizou-se também dos seguintes módulos necessários para a execução do código computacional.

4.2.1 Módulos utilizados e suas respectivas versões:

Numpy –Adiciona suporte a matrizes multidimensionais e diversas funções matemáticas para operar nestas matrizes. Versão utilizada: 1.25.1

Meshio – Leitura dos arquivos de malha e exportação dos mesmos para outros formatos de arquivo. Versão utilizada: 5.3.4

Matplotlib- Criar gráficos, customizar o visual dos mesmos e exportar para outros formatos de arquivos. Versão utilizada: 3.7.2

Time- Contar o tempo necessário para a execução do código. Versão utilizada: 1.5

4.3 Geração de Malhas

Para a simulação do escoamento dividiu-se o domínio em uma malha de triângulos, de acordo com os métodos utilizados na dinâmica dos fluidos computacional. Para isso pode ser utilizado o software Gmsh distribuído sob a licença GNU General Public License [24] que permite tanto a criação de um arquivo com as informações bem como o refinamento da malha, ou seja, aumentar o número de pontos em que a equação será calculada.

O script apresentado em Anexo tem a capacidade de receber um arquivo .msh gerado pelo Gmsh e então aplicar o Método de Elementos Finitos. Este arquivo consiste numa representação em script dos nós da malha gerada.

4.3.1 Estudo sobre a convergência das malhas

Para atestar a validade do método numérico apresentado, ou seja, se o mesmo apresenta resultados fidedignos ao escoamento real, podemos realizar um estudo de refinamento das malhas geradas. Para tanto, utilizamos uma geometria correspondente a um cilindro e partindo de uma malha grosseira, isto é, com poucos nós, procedemos o refinamento do domínio ao redor do cilindro:

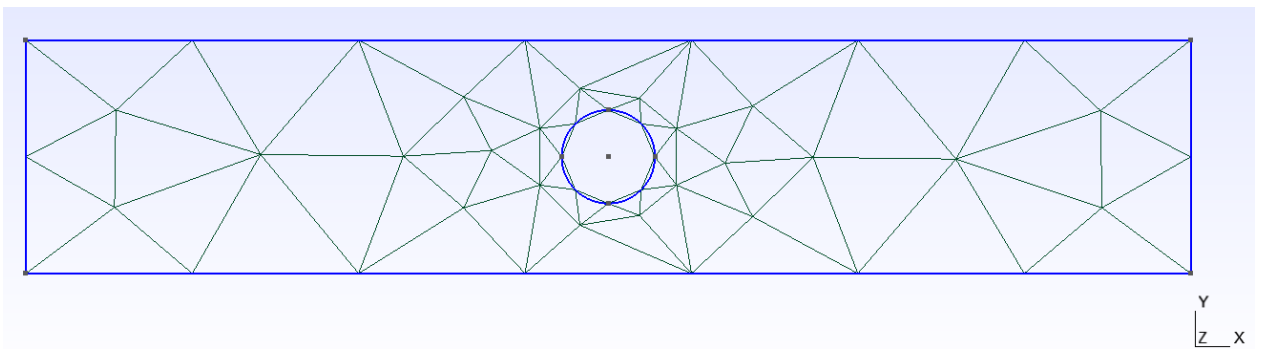


Figura 4.4: Malha com 49 nós e 70 elementos triangulares.

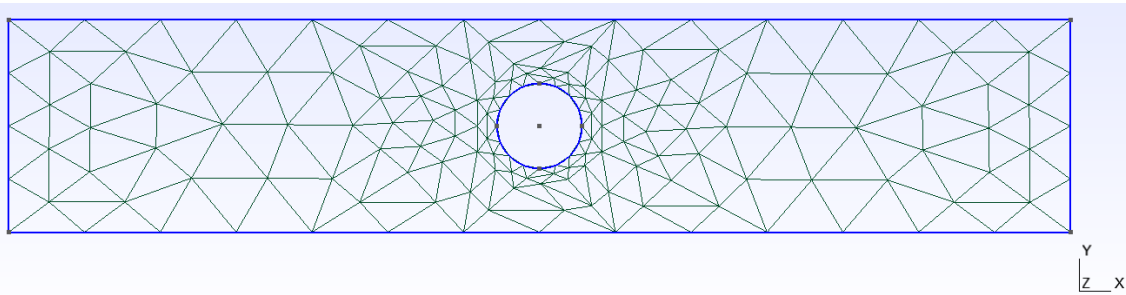


Figura 4.5: Malha com 167 nós e 280 elementos triangulares.

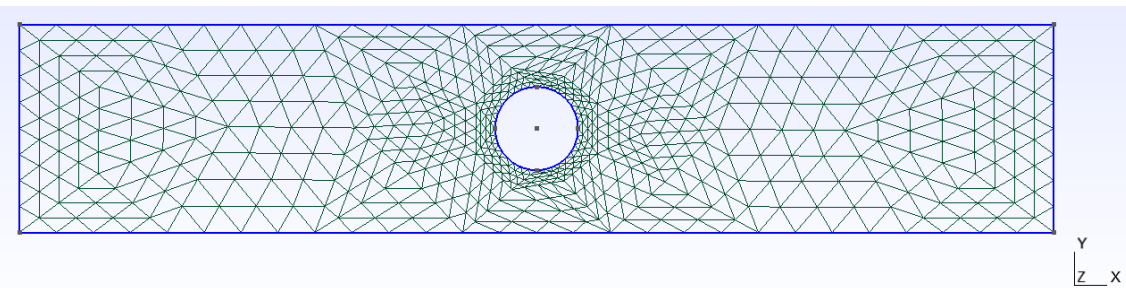


Figura 4.6: Malha com 613 nós e 1120 elementos triangulares.

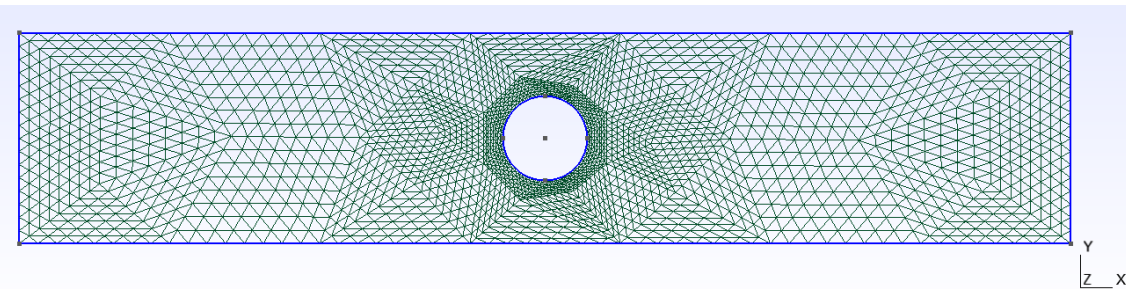


Figura 4.7: Malha com 2345 nós e 4480 elementos triangulares.

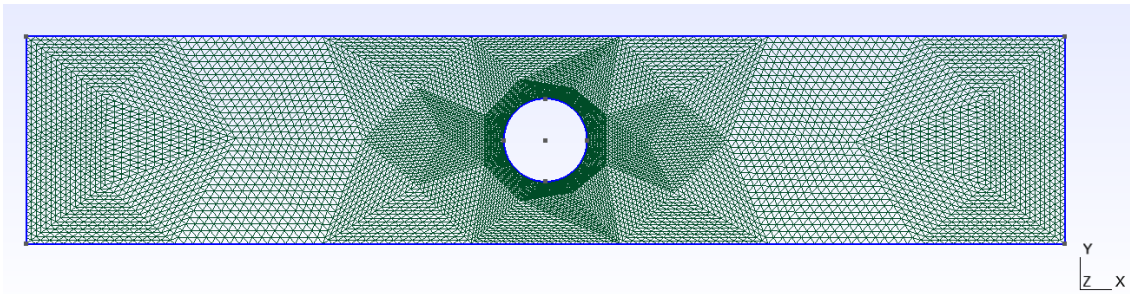


Figura 4.8: Malha com 9169 nós e 17920 elementos triangulares.

Tal refinamento pode ser obtido através da ferramenta: ‘‘Modules >> Mesh >> Refine by splitting’’ do Gmsh. É possível obter uma malha tão refinada quanto se queira, porém o tempo computacional requerido será maior.

4.4 Condições de contorno para o problema elíptico

Para a descrição de um problema matemático que envolva equações diferenciais ordinárias como a equação de Laplace faz-se necessário o estabelecimento de condições de contorno para que o problema fique perfeitamente descrito.

As utilizadas neste projeto são do tipo Dirichlet, também chamadas de primeiro tipo, ou seja, potencial conhecido, conforme o esquema abaixo:

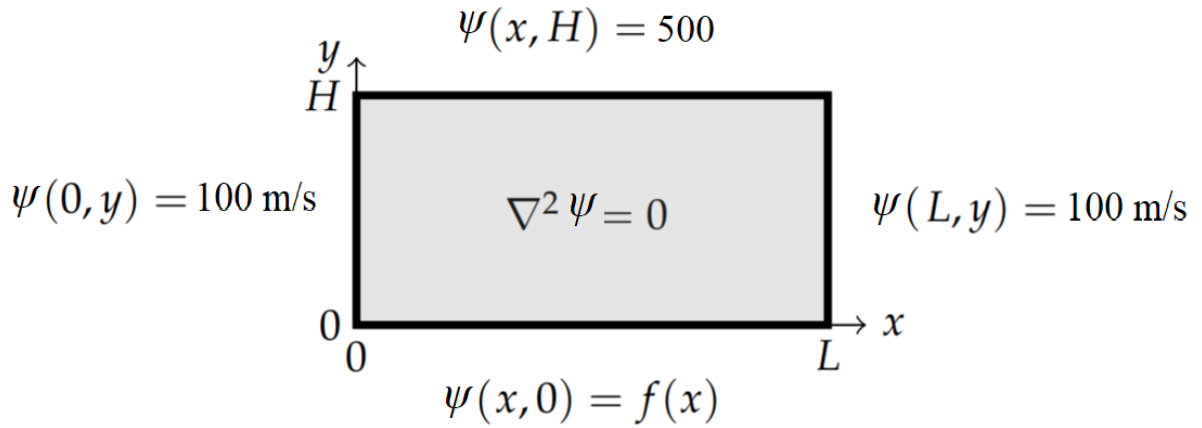


Figura 4.9: Esquemática das Condições de Contorno (autoria própria)

Onde $f(x)$ representa o formato dos shapes dos HST's ajustados por curvas spline tipo NURB que são descritas a seguir.

4.5 Curvas Spline tipo NURB

Para a composição das formas dos HST's analisados, foi proposto a utilização das curvas matemáticas conhecidas como Splines [25] (Figura 4.8), mais precisamente do tipo NURB (Non-uniform rational basis spline) [26] que possibilitam a suavização de curvas através de pontos de controle chamado nós. Uma vez que não foi possível obter juntos as fabricantes as geometrias oficiais do projeto dos HST's utilizadas para sua construção. Sua fundamentação matemática [27] é dada pelas equações (4.1) descritas abaixo:

$$C(u) = \sum_{i=1}^k \frac{N_{i,n}(u)w_i}{\sum_{j=1}^k N_{j,n}(u)w_j} \mathbf{P}_i = \frac{\sum_{i=1}^k N_{i,n}(u)w_i \mathbf{P}_i}{\sum_{i=1}^k N_{i,n}(u)w_i} \quad (4.1)$$

Onde $C(u)$ também pode ser escrita da forma:

$$C(u) = \sum_{i=1}^k R_{i,n}(u) \mathbf{P}_i \quad (4.2)$$

Na qual as funções (4.3) são chamadas de funções racionais de base descritas por:

$$R_{i,n}(u) = \frac{N_{i,n}(u)w_i}{\sum_{j=1}^k N_{j,n}(u)w_j} \quad (4.3)$$

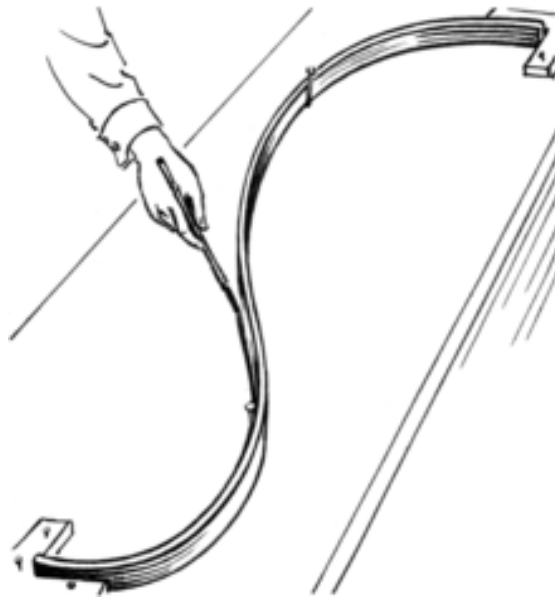


Figura 4.10: Uso inicial das curvas Spline. [28]

Com isso, obteve-se formas aproximadas da vista lateral dos HST's com o uso de geometrias suaves proporcionadas pelas curvas splines de tipo NURB.

Implementadas em cada geometria dos HST's através da biblioteca NURB inclusa no Gmsh. Diversos softwares tem rotinas inclusas para gerar tanto splines 2D através de nós (Figura 4.9) quanto splines 3D através de superfícies (Figura 4.10).

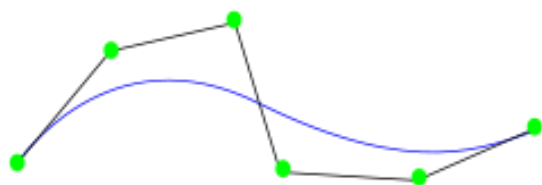


Figura 4.11 Curva Spline 2D [29]

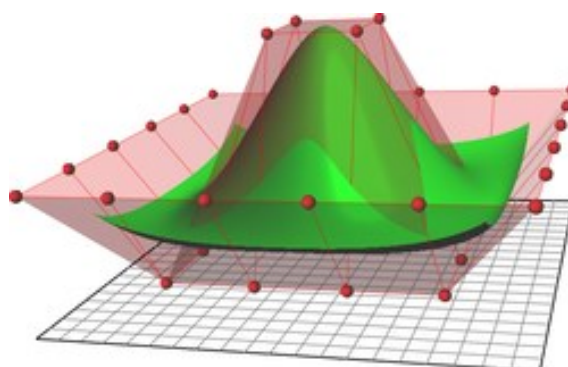


Figura 4.12: Curva Spline 3D [30]

Capítulo 5.

Simulações computacionais

5.1 Limite de altura de 5 m da região analisada.

- CR400AF



Figura 5.1: Vista frontal do CR400AF. [31]



Figura 5.2: Perfil real do CR400AF. [32]

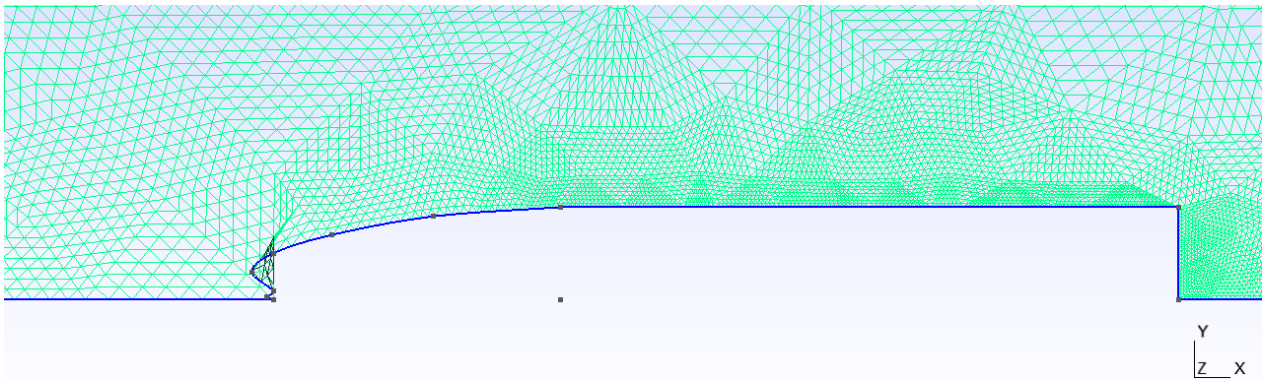


Figura 5.3: Exemplo de malha computacional gerada para o CR400AF

Limites adotados para a simulação:

Altura total: 5 m

Distância a montante: 10 m

Distância a jusante: 50 m

- TGV 2N2



Figura 5.4: Vista frontal do TGV 2N2. [33]



Figura 5.5: Perfil real do TGV 2N2. [34]

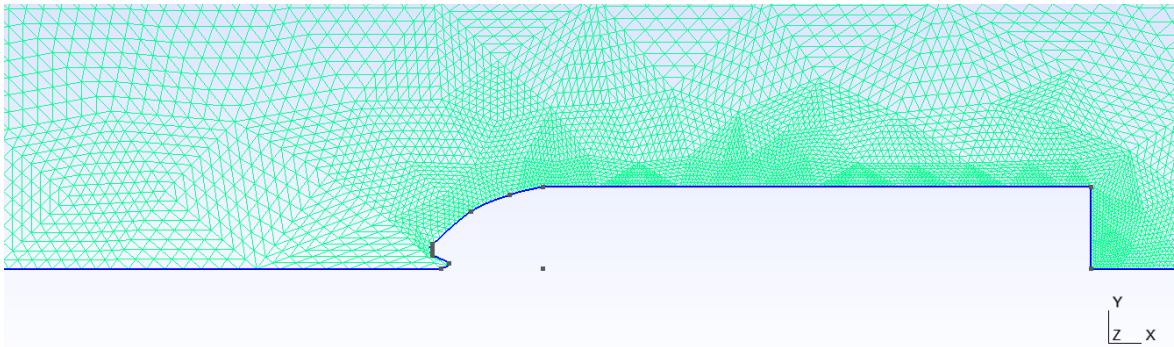


Figura 5.6: Exemplo de malha computacional gerada para o TGV 2N2.

Limites adotados para a simulação:

Altura total: 5 m

Distância a montante: 16 m

Distância a jusante: 50 m

- JR H5

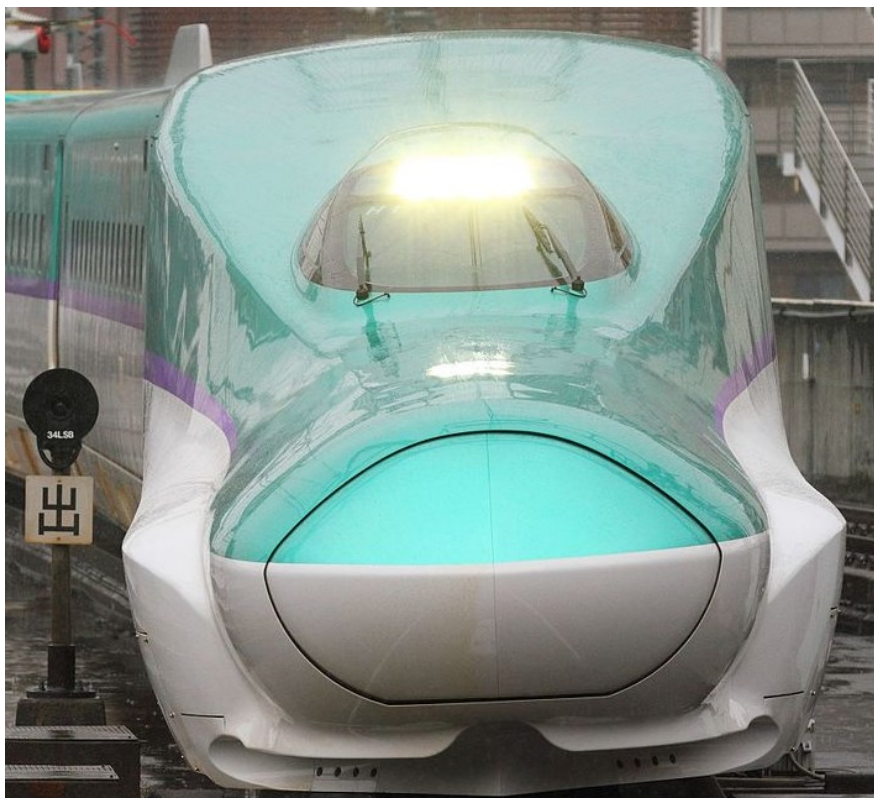


Figura 5.7: Vista frontal do JR H5. [35]



Figura 5.8: Perfil real do JR H5. [36]

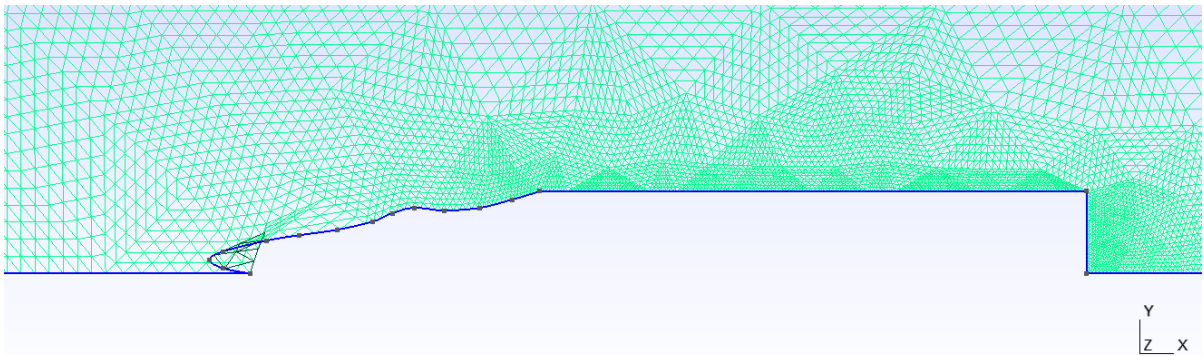


Figura 5.9: Exemplo de malha computacional gerada para o JR H5

Limites adotados para a simulação:

Altura total: 5 m

Distância a montante: 9 m

Distância a jusante: 50 m

- **Resultados:**

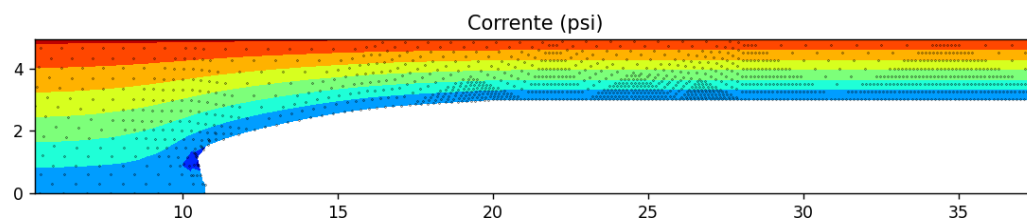


Figura 5.9: Resultado da simulação via FEM para o CR400AF.

Tempo computacional necessário: 67 s

Malha com 2345 nós e 8619 elementos triangulares com estratégia de refino da malha próximo ao shape do HST.

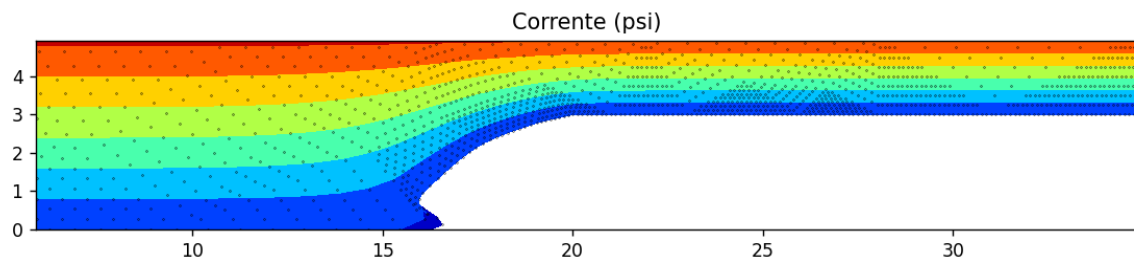


Figura 5.10: Resultado da simulação via FEM para o TGV 2N2.

Tempo computacional necessário: 58 s

Malha com 4651 nós e 9512 elementos triangulares com estratégia de refino da malha próximo ao shape do HST.

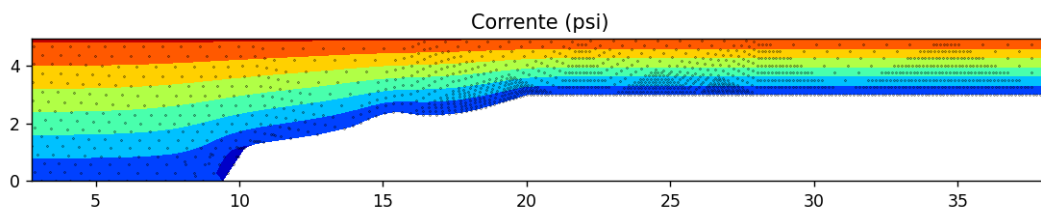


Figura 5.11: Resultado da simulação via FEM para o JR H5.

Tempo computacional necessário: 39 s

Malha com 3654 nós e 7892 elementos triangulares com estratégia de refino da malha próximo ao shape do HST.

5.2 Limite de altura de 10 m da região analisada.

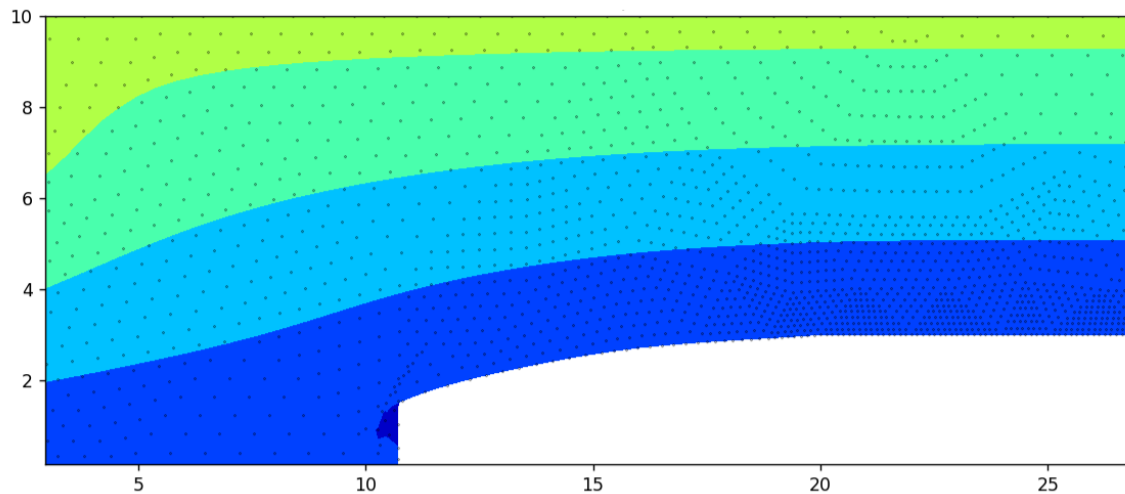


Figura 5.12: Resultado da simulação via FEM para o CR400AF.

Tempo computacional necessário: 282 s

Malha com 5981 nós e 11456 elementos triangulares com estratégia de refino da malha próximo ao shape do HST.

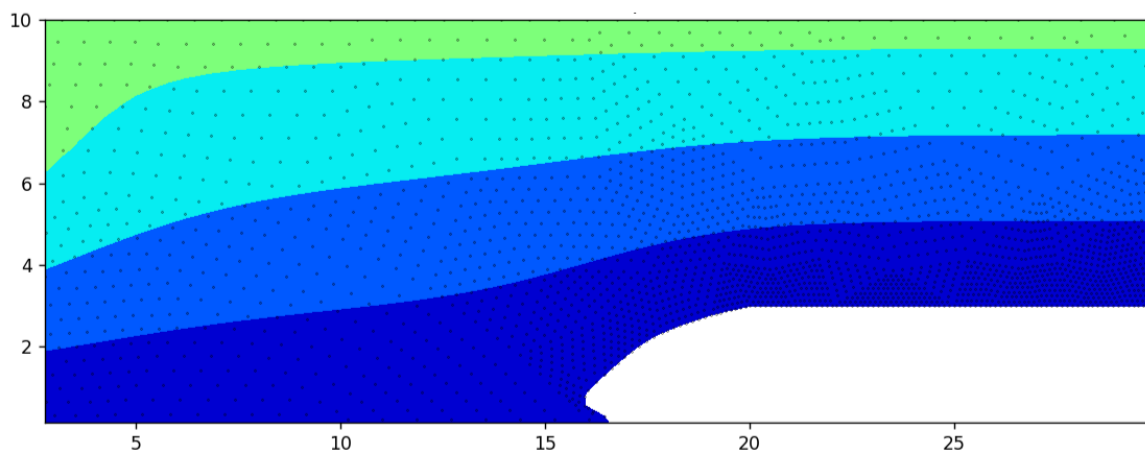


Figura 5.13: Resultado da simulação via FEM para o TGV 2N2.

Tempo computacional necessário: 169 s

Malha com 6237 nós e 11968 elementos triangulares com estratégia de refino da malha próximo ao shape do HST.

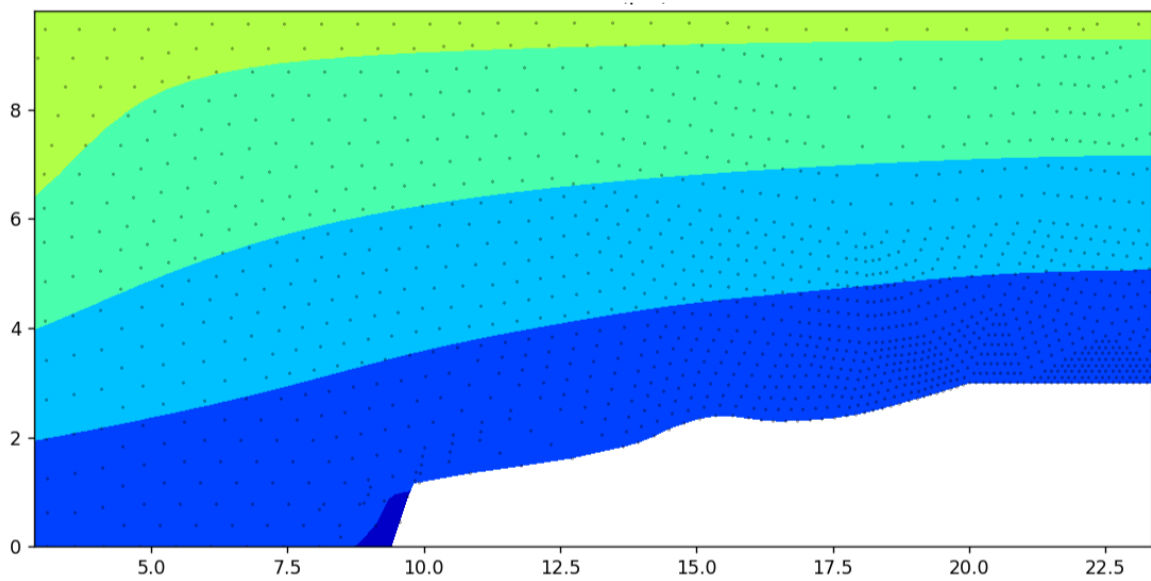


Figura 5.14: Resultado da simulação via FEM para o JR H5.

Tempo computacional necessário: 135 s

Malha com 5917 nós e 11328 elementos triangulares com estratégia de refino da malha próximo ao shape do HST.

5.3 Análise de Resultados

Com isso a solução é obtida através de um vetor com os valores da função no ponto desejado e através da biblioteca **matplotlib** traçamos os gráficos correspondentes. No estudo das formas se observa que o campo de pressões nos dá toda informação sobre o escoamento incompressível ao qual a superfície está inserida.

Pela simulação podemos perceber que a solução numérica encontrada é compatível com a solução analítica conhecida da equação da Laplace para o caso da malha sem os HST's. Com isso o algoritmo se mostra apto a descrever o escoamento num dado perfil.

O HST JR H5 apresenta uma forma mais suave que os demais analisados conseguindo um campo mais uniforme de escoamento tanto na simulação com 5 metros quanto na simulação com 10 metros de altura. Ao passo que o CR400AF apresenta um problema de descontinuidade na parte frontal o que pode gerar mais arrasto aerodinâmico, faz-se necessário avaliar se este shape é o melhor possível para este HST.

O tempo de análise e plotagem dos gráficos mencionado acima em cada modelo refere-se a um computador com cerca de 1,5 gigaFLOPS (floating point operations per second, operações de ponto flutuante por segundo) de performance para cálculos.

Capítulo 6

Conclusão acerca do Projeto

Deve-se sempre tomar cuidado com a qualidade dos dados utilizados na simulação computacional. Uma vez que dados que não representem a realidade tornam inútil os modelos físico e matemático utilizados na modelagem.

Atualmente podemos avaliar as propriedades físicas de um escoamento em determinados pontos de um domínio. Esse tipo de abordagem é muito conveniente para se elaborar um algoritmo computacional que de forma numérica computa os valores da função nos pontos necessários com qualquer precisão desejada.

O caráter preditivo da ciência nos permite afirmar com segurança que se as mesmas condições forem mantidas estes resultados poderão ser replicados seja em outras geometrias seja em outros softwares de simulação como os multifísicos assim contemplando aspectos de mecânica dos sólidos e também de transferência de calor.

6.1 Sugestões para projetos futuros

A partir do exposto neste trabalho de avaliação do escoamento potencial ao redor de formatos de entrada de HST's, as seguintes abordagens complementares são sugeridas para que este campo da engenharia mecânica se desenvolva futuramente:

- Considerar o atrito (friction) no escoamento do ar em torno dos HST's, para se obter uma melhor medida das forças de arrasto.
- Criar uma malha tridimensional das formas dos veículos e adaptar o código em python para utilizar essa geometria em 3D. Para tanto, pode ser necessário o acesso aos desenhos das formas aerodinâmicas dos projetos dos HST's obtidos juntos aos fabricantes.
- Adaptar esta metodologia aplicada para outros softwares de Dinâmica dos Fluidos Computacional tais como o OpenFOAM e programas com linguagem de Script tais como o Scilab e o GNU Octave.

Anexos:

Script em linguagem Python do método de elementos finitos para uma malha bidimensional:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.tri as mtri
import meshio
import time

start = time.time() # Iniciar a contagem do tempo de processamento
dirname = './'
#filename = 'cilindro.msh' # Geometria simples para teste do script
filename = 'HST-1.msh' # Escolha da malha do HST correspondente
msh = meshio.read(dirname+filename)
X = np.array(msh.points[:,0])
Y = np.array(msh.points[:,1])
numVerts = len(X)
IEN = msh.cells[-1].data #Aqui foi feita uma alteração: (-1)
numElems = len(IEN)
IENbound = msh.cells[0].data
IENboundTypeElem = list(msh.cell_data['gmsh:physical'][0] - 1)
boundNames = list(msh.field_data.keys())
IENboundElem = [boundNames[elem] for elem in IENboundTypeElem]

# Cria lista de nós do contorno
cc = np.unique(IENbound.reshape(IENbound.size))
ccName = [[] for i in range( len(X) )]
print(IENbound)

for elem in range(0,len(IENbound)): # Renomeados de acordo
if IENboundElem[elem] == 'inlet':
for j in range(0,IENbound.shape[1]):
ccName[ IENbound[elem][j] ] = IENboundElem[elem]
if IENboundElem[elem] == 'outlet':
for j in range(0,IENbound.shape[1]):
ccName[ IENbound[elem][j] ] = IENboundElem[elem]
for elem in range(0,len(IENbound)):
if IENboundElem[elem] == 'bottom':
for j in range(0,IENbound.shape[1]):
```

```

ccName[ IENbound[elem][j] ] = IENboundElem[elem]
for elem in range(0,len(IENbound)):
if IENboundElem[elem] == 'top':
for j in range(0,IENbound.shape[1]):
ccName[ IENbound[elem][j] ] = IENboundElem[elem]
for elem in range(0,len(IENbound)):
if IENboundElem[elem] == 'cilindro': # Geometria simples para teste do script
for j in range(0,IENbound.shape[1]):
ccName[ IENbound[elem][j] ] = IENboundElem[elem]

# Parâmetros do simulador
Lx = X.max() - X.min()
Ly = Y.max() - Y.min()
npoints = len(X)
ne = len(IEN)

#plt.triplot(X,Y,IEN)
#plt.show()

# Inicializando as matrizes K e M e os vetores F e Q
K = np.zeros( (npoints,npoints), dtype='float')
M = np.zeros( (npoints,npoints), dtype='float')
Gx = np.zeros( (npoints,npoints), dtype='float')
Gy = np.zeros( (npoints,npoints), dtype='float')

#print(IEN) # Aqui verifico a IEN como está sendo formada!
# Loop dos elementos da malha
for e in range(0,ne):
v = IEN[e]

# Área do elemento
det = X[v[2]]*( Y[v[0]]-Y[v[1]] ) \
+ X[v[0]]*( Y[v[1]]-Y[v[2]] ) \
+ X[v[1]]*(-Y[v[0]]+Y[v[2]])

area = det/2.0

# Matrizes do elemento linear
m = (area/12.0) * np.array([ [2.0, 1.0, 1.0],
[1.0, 2.0, 1.0],
[1.0, 1.0, 2.0] ])

# fórmula do 'k' do elemento triangular linear
b1 = Y[v[1]]-Y[v[2]]
b2 = Y[v[2]]-Y[v[0]]
b3 = Y[v[0]]-Y[v[1]]

c1 = X[v[2]]-X[v[1]]

```

```

c2 = X[v[0]]-X[v[2]]
c3 = X[v[1]]-X[v[0]]

# Matriz do Gradiente
B = (1.0/(2.0*area)) * np.array([ [b1, b2, b3],
                                [c1, c2, c3] ])

# Matriz do Divergente
BT = B.transpose()

kele = area*np.dot(BT,B)

gxele = (1.0/6.0)*np.array([ [b1, b2, b3],
                             [b1, b2, b3],
                             [b1, b2, b3] ])
gyele = (1.0/6.0)*np.array([ [c1, c2, c3],
                             [c1, c2, c3],
                             [c1, c2, c3] ])

for i in range(0,3):
    ii = IEN[e,i]
    for j in range(0,3):
        jj = IEN[e,j]

        # Montagem (assembling) das matrizes K ; M e G's
        K[ii,jj] = K[ii,jj] + kele[i,j]
        M[ii,jj] = M[ii,jj] + m[i,j]
        Gx[ii,jj] = Gx[ii,jj] + gxele[i,j]
        Gy[ii,jj] = Gy[ii,jj] + gyele[i,j]

# Copiando a matriz K para mat
A = K.copy()

# Vetor do lado direito
b = np.zeros((npoints), dtype='float')

# Imposição das Condições de Contorno em A e b:
for i in cc:
    # na matriz de coeficientes A
    A[i,:] = 0.0 # zerando toda a linha
    A[i,i] = 1.0 # impondo 1 na diagonal

# Imposição das Condições de Contorno no vetor do lado direito:
if ccName[i] == 'inlet' or ccName[i] == 'outlet':
    b[i] = 100*Y[i] #Colocar a equação linear de 0 a 500. CONFERIR !!!!
if ccName[i] == 'bottom':
    b[i] = 0.0
if ccName[i] == 'top':
    b[i] = 500.0 # Valor arbitrado aqui !

```

```

# Solução do sistema linear para psi (Função Corrente)
psi = np.linalg.solve(A,b)

# Cálculo das velocidades u e v a partir de psi:
u = np.linalg.solve(M,(Gy@psi))
v = -np.linalg.solve(M,(Gx@psi))

# Plotando os resultados em 2D
triang = mtri.Triangulation(X, Y, IEN)
# single plot
#plt.rc('text', usetex=True) # 2Linhas Acresentadas
#plt.rc('font', family='serif')
ax = plt.axes()
#ax.set_xlabel(r'x',fontsize=14)# 2Linhas Acresentadas
#ax.set_ylabel(r'y',fontsize=14)
ax.set_aspect('equal')
ax.triplot(triang, 'k.-',markersize=0.5, linewidth=0.1)
# ,markersize=1.7, linewidth=0.3 antes estava assim!

ax.set_title('Corrente (psi)')

# (Próximas duas linhas, estavam comentadas antes:)
ax.tricontourf(triang, psi, cmap='jet')
#ax.tricontourf(triang, u,cmap='jet')
#ax.tricontourf(triang, sol,cmap='jet')
#ax.tricontourf(triang, sim.phi, levels=30,cmap='jet')
#plt.savefig(filename,dpi=1200)
plt.show()

# Conversão para exibir no ParaView

#msh = meshio.read('cilindro'+'.msh')
#point_data = {'Vx':Vx, 'Vy':Vy, 'V':V, 'P':P}
#meshio.write_points_cells('resultados_'+str(it)+'.vtu',msh.points,msh.cells,point_data=point_data)
#meshio.write_points_cells('C:\Users\Maria Cristina\Desktop\PROJETO FINAL' +
str(n) + '.vtk', msh.points, msh.cells, point_data=point_data, )

# Contar o tempo de execução até aqui !
print("O tempo computacional para esta simulação foi de: ")
end = time.time()
print(end - start, 'segundos.')

```

- Script para o software gmsh do cilindro:

```

wall = 0.08;
hole = 0.05;
L = 1.0;

/*
 *      4          9L          3
 *      o-----o
 *      |
 *      |
 *      |          / \ | L | Y
 *      |          \| / | 2L ^
 *      |
 *      |
 *      |
 *      1 o-----o o----> X
 *      x(0,0)    9L    2
 * **/

xCenter=2.5;
yCenter=0.5;
radius=0.2;
pert=-((00.0/100)*radius);
Point(1) = {xCenter, yCenter, 0,hole}; // center
Point(2) = {xCenter, yCenter+radius-pert, 0,hole}; // up
Point(3) = {xCenter, yCenter-radius+pert, 0,hole}; // down
Point(4) = {xCenter-radius-pert, yCenter, 0,hole}; // left
Point(5) = {xCenter+radius+pert, yCenter, 0,hole}; // right
Ellipse(1) = {2, 1, 1, 5};
Ellipse(2) = {5, 1, 1, 3};
Ellipse(3) = {3, 1, 1, 4};
Ellipse(4) = {4, 1, 1, 2};

Point(6) = {0.0, 0*L, 0.0, wall}; // p1
Point(7) = {5*L, 0*L, 0.0, wall}; // p2
Point(8) = {5*L, 1*L, 0.0, wall}; // p3
Point(9) = {0.0, 1*L, 0.0, wall}; // p4

Line(5) = {7, 6};
Line(6) = {8, 7};
Line(7) = {9, 8};
Line(8) = {6, 9};
//+
Curve Loop(1) = {7, 6, 5, 8};
Curve Loop(2) = {4, 1, 2, 3};
Plane Surface(1) = {1, 2};

```

```
//+ Alterar os nomes das condições de contorno !!
Physical Line('top') = {7};
Physical Line('bottom') = {5};
Physical Line('inlet') = {8};
Physical Line('outlet') = {6};
Physical Line('cilindro') = {3, 2, 1, 4};

Physical Surface(1) = {1};
```

- **Scripts para o software Gmsh das formas dos HST's analisados:**

Observação: Salvar os arquivos exportando para o formato Gmsh 2.0 ASCII, para evitar erros na simulação.

- **CR400AF:**

```
//+
comp = 100.;
alt = 5.; // 5 ou 10 de acordo com a simulação
comp_trem = 20.;
alt_trem = 3.;
dist_inlet = 20.;
ref_inlet = 0.5;
ref_outlet = 1.;
ref_trem = 0.1;
//+
Point(1) = {0., 0., 0, ref_inlet};
Point(2) = {dist_inlet, 0., 0, ref_trem};
Point(3) = {dist_inlet, alt_trem, 0, ref_trem};
Point(4) = {dist_inlet + comp_trem, alt_trem, 0, ref_trem};
Point(5) = {dist_inlet + comp_trem, 0, 0, ref_trem};
Point(6) = {comp, 0., 0, ref_outlet};
Point(7) = {comp, alt, 0, ref_outlet};
Point(8) = {0., alt, 0, ref_inlet};
Point(14) = {10.7, 0, 0, 1.0};
//+
Line(1) = {1, 14};
//Line(2) = {2, 3}; // Modifiquei
```

```

Line(3) = {3, 4};
Line(4) = {4, 5};
Line(5) = {5, 6};
Line(6) = {6, 7};
Line(7) = {7, 8};
Line(8) = {8, 1};

//+
Point(15) = {10, 0.9, 0, 1.0}; // Nesses pontos formo o shape dos HST's
//+
Point(16) = {10.7, 1.5, 0, 1.0};
//+
Point(17) = {10.7, 0.3, 0, 1.0};
//+
Point(18) = {12.6, 2.1, 0, 1.0};
//+
Point(19) = {15.9, 2.7, 0, 1.0};
//+
Point(20) = {10.5, 0.1, 0, 1.0};
//+
Spline(9) = {14, 20, 17, 15, 16, 18, 19, 3}; // Aqui defino a geometria do shape do
HST

//+
Curve Loop(1) = {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
//+
Plane Surface(1) = {1};
//+
Physical Curve("inlet") = {8};
Physical Curve("outlet") = {6};
Physical Curve("top") = {7};
Physical Curve("bottom") = {1, 5};
Physical Curve("trem") = {3, 4, 9};
//+
Physical Surface("surface") = {1};//+

```

- **TGV 2N2:**

```

//+
comp = 100.;
alt = 5.; // 5 ou 10 de acordo com a simulação
comp_trem = 20.;
alt_trem = 3.;

```

```

dist_inlet = 20.;
ref_inlet = 0.5;
ref_outlet = 1.;
ref_trem = 0.1;
//+
Point(1) = {0., 0., 0, ref_inlet};
Point(2) = {dist_inlet, 0., 0, ref_trem};
Point(3) = {dist_inlet, alt_trem, 0, ref_trem};
Point(4) = {dist_inlet + comp_trem, alt_trem, 0, ref_trem};
Point(5) = {dist_inlet + comp_trem, 0, 0, ref_trem};
Point(6) = {comp, 0., 0, ref_outlet};
Point(7) = {comp, alt, 0, ref_outlet};
Point(8) = {0., alt, 0, ref_inlet};
Point(14) = {16.3, 0, 0, 1.0};
//+
Line(1) = {1, 14};
//Line(2) = {2, 3}; // Modifiquei
Line(3) = {3, 4};
Line(4) = {4, 5};
Line(5) = {5, 6};
Line(6) = {6, 7};
Line(7) = {7, 8};
Line(8) = {8, 1};

//+
// Nesses pontos formo o shape dos HST's
//+
Point(15) = {16.6, 0.2, 0, 1.0};
//+
Point(16) = {16, 0.5, 0, 1.0};
//+
Point(17) = {16, 0.6, 0, 1.0};
//+
Point(18) = {16, 0.7, 0, 1.0};
//+
Point(19) = {16, 0.8, 0, 1.0};
//+
Point(20) = {16, 0.9, 0, 1.0};
//+
Point(21) = {17.4, 2.1, 0, 1.0};
//+
Point(22) = {18.8, 2.7, 0, 1.0};

//+
Spline(9) = {14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 3}; // Aqui defino a geometria do
shape do HST

//+

```

```

Curve Loop(1) = {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
//+
Plane Surface(1) = {1};
//+
Physical Curve("inlet") = {8};
Physical Curve("outlet") = {6};
Physical Curve("top") = {7};
Physical Curve("bottom") = {1, 5};
Physical Curve("trem") = {3, 4, 9};
//+
Physical Surface("surface") = {1};//+

```

- **JR H5 Shinkansen:**

```

//+
comp = 100.;
alt = 10.; // 5 ou 10 de acordo com a simulação
comp_trem = 20.;
alt_trem = 3.;
dist_inlet = 20.;
ref_inlet = 0.5;
ref_outlet = 1.;
ref_trem = 0.1;
//+
Point(1) = {0., 0., 0, ref_inlet};
// Point(2) = {dist_inlet, 0., 0, ref_trem};
Point(3) = {dist_inlet, alt_trem, 0, ref_trem};
Point(4) = {dist_inlet + comp_trem, alt_trem, 0, ref_trem};
Point(5) = {dist_inlet + comp_trem, 0, 0, ref_trem};
Point(6) = {comp, 0., 0, ref_outlet};
Point(7) = {comp, alt, 0, ref_outlet};
Point(8) = {0., alt, 0, ref_inlet};
Point(14) = {9.4, 0, 0, 1.0};

//+
Line(1) = {1, 14}; // Modifiquei
//Line(2) = {2, 3}; // Modifiquei
Line(3) = {3, 4};
Line(4) = {4, 5};
Line(5) = {5, 6};
Line(6) = {6, 7};
Line(7) = {7, 8};
Line(8) = {8, 1};

//+

```

```

// Nesses pontos formo o shape dos HST's
//+
Point(15) = {19, 2.7, 0, 1.0};
//+
Point(16) = {17.8, 2.4, 0, 1.0};
//+
Point(17) = {16.5, 2.3, 0, 1.0};
//+
Point(18) = {15.4, 2.4, 0, 1.0};
//+
Point(19) = {14.6, 2.2, 0, 1.0};
//+
Point(20) = {13.9, 1.9, 0, 1.0};
//+
Point(21) = {12.6, 1.6, 0, 1.0};
//+
Point(22) = {11.2, 1.4, 0, 1.0};
//+
Point(23) = {10, 1.2, 0, 1.0};
//+
Point(24) = {8.4, 0.8, 0, 1.0};
//+
Point(25) = {7.9, 0.5, 0, 1.0};
//+
Point(26) = {8.4, 0.2, 0, 1.0};
//+

//+
Spline(9) = {14, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 3}; // Aqui defino a
geometria do shape do HST
//+
Curve Loop(1) = {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
//+
Plane Surface(1) = {1};
//+
Physical Curve("inlet") = {8};
Physical Curve("outlet") = {6};
Physical Curve("top") = {7};
Physical Curve("bottom") = {1, 3, 4, 5, 9}; // Geometria do HST está contemplada
aqui no contorno bottom.
//+
Physical Surface("surface") = {1};//+//+//+

```

Referências bibliográficas

- [1] “Opening ceremony for the Tōkaidō Shinkansen at Tokyo Station on October 1, 1964. © Jiji Press, “The Shinkansen Turns 50: The History and Future of Japan’s High-Speed Train”, Disponível em: <https://www.nippon.com/en/features/h00078/>, Acessado em: outubro de 2023.
- [2] UIC - International union of railways, “High-Speed Around the World - Historical, geographical, and technological development”, Paris 2023.
- [3] Imagem tirada pelo usuário N509FZ, “CR400AF prototype testing in the National Railway Test Center, Beijing”, Disponível em: [https://zh.wikipedia.org/zh-cn/中国铁路高速列车#/media/File:CRH-0207@BCR\(20150709131926\).JPG](https://zh.wikipedia.org/zh-cn/中国铁路高速列车#/media/File:CRH-0207@BCR(20150709131926).JPG), Acessado em: outubro de 2023.
- [4] Dados extraídos de: “Fuxing Hao Series Bullet Trains, Fuxing Hao high-speed bullet train offers a sophisticated and enriched travel experience to passengers.”, Disponível em: <https://www.railway-technology.com/projects/fuxing-hao-series-bullet-trains/>, Acessado em: outubro de 2023.
- [5] Imagem tirada pelo usuário Pedro Rodriguez, “TGV Evian-les-Bains à Paris gare de Lyon" en gare de Saint Julien en Genevois, Haute-Savoie,

- France (17.04.2017)”, Disponível em:
<https://www.flickr.com/photos/168166438@N03/47009577212/>,
Acessado em: outubro de 2023.
- [6] Catálogo da ALSTON, "PRODUITS & SERVICES EURODUPLEX, La très grande vitesse à 2 niveaux interopérable", 2013.
- [7] “The E5 series owned by JR East”, Disponível em:
<https://bateman.monologue.jp/en/articles/JR/e5.html>, Acessado em:
outubro de 2023.
- [8] Dados extraídos de: "E5 and H5 Series Shinkansen, Disponível em:"https://www.wikiwand.com/en/E5_and_H5_Series_Shinkansen,
Acessado em: outubro de 2023.
- [9] VESALI, FARZAD & REZVANI, MOHAMMAD ALI & MOLATEFI, HABIBOLAH, “Simulation of the dynamic interaction of rail vehicle pantograph and catenary through a modal approach.”, *Archive of Applied Mechanics*, 90. 10.1007/s00419-020-01679-2, 2020.
- [10] ISABELLE, Blog officiel du RER B, “Le Caténaire”, Disponível em:
https://www.rerb-leblog.fr/wp-content/uploads/2016/02/blog_rerb_catenaire_pantographe.jpg, Acessado em: outubro de 2023.

- [11] QIAN, WEIJI & CHEN, GUANGXIONG & ZHANG, WEIHONG & OUYANG, HUAJIANG & ZHOU, ZHONGRONG, “Friction-Induced, Self-Excited Vibration of a Pantograph-Catenary System.”, *Journal of Vibration and Acoustics*. 135. 051021. 10.1115/1.4023999, 2013.
- [12] ÇENGEL, YUNUS A., AND JOHN M. CIMBALA.”, *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*”. 4th ed. Columbus, OH: McGraw-Hill Education, 2017.
- [13] EULER, LEONHARD, "Principes généraux du mouvement des fluides". Euler Archive - All Works. 226, 1757.
- [14] BATCHELOR, "Introduction to Fluid Mechanics", Cambridge University Press, 1980.
- [15] REYNOLDS, O. ‘’, An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels”. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 174: 935–982. doi:10.1098/rstl.1883.0029, 1883.
- [16] Aerospace, Mechanical & Mechatronic Engineering, University of Sydney “International Standard Atmosphere”, Disponível em http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal_dvd_only/aero/atmos/atmtab.html, Acessado em: outubro de 2023.

- [17] BUDYNAS, NIESBETT, "Shigley's Mechanical Engineering Design", McGraw Hill, New York, NY, 8ª edição, 2014.
- [18] ASSAN, A. E., "Método dos elementos finitos: Primeiros Passos", Editora da UNICAMP, 2ª edição, 2003.
- [19] ANJOS, GR., "Projeto Final - Mecânica dos Fluidos e Transmissão de Calor Computacional" DEM/POLI/UFRJ, Departamento de Engenharia Mecânica, 2022.
- [20] BATHE, K. J., "Finite element procedures", New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- [21] GALERKIN, B.G., "Rods and Plates, Series Occurring in Various Questions Concerning the Elastic Equilibrium of Rods and Plates, Vestnik Inzhenerov i Tekhnikov", (Engineers and Technologists Bulletin), Vol. 19, 897-908, 1915.
- [22] CHRISTOPHE G., JEAN-FRANÇOIS R., "Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 79 (11), pp.1309-1331. 10.1002/nme.2579. hal-0340636, 2009.

- [23] Licença Pública Apache 2.0, Disponível em: <https://www.apache.org/licenses/LICENSE-2.0.txt>, Acessado em: Julho de 2023.
- [24] Licença Pública GNU GPL, Disponível em: <https://gmsh.info/LICENSE.txt>, Acessado em: Julho de 2023.
- [25] SCHOENBERG, I. J., "Spline Functions and the Problem of Graduation", Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. National Academy of Sciences, 1964.
- [26] SCHNEIDER, P, "NURB Curves: A Guide for the Uninitiated", develop The Apple Technical Journal (25): 48–74, 1996.
- [27] PIEGL, LES; TILLER, WAYNE, "The NURBS Book" (2. ed.). Berlin: Springer, 1997.
- [28] Scan doado a Wikimedia Foundation por Pearson Scott Foresman, Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PSFa_S-86_8.png, Acessado em: outubro de 2023.
- [29] Imagem tirada pelo usuário WulfTheSaxon, "NURBS curve being created in NX Shape Studio", Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:NURBstatic.svg>, Acessado em: outubro de 2023.

- [30] Imagem tirada pelo usuário chrschn, "NURBS-Fläche (grün) vom Grad 4, definiert durch 36 Kontrollpunkte (rot) über einem zweidimensionalen Parametergebiet (unteres Gitter)", Disponível em: https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:NURBS_surface.png, Acessado em: outubro de 2023.
- [31] Disponível em: <https://news.sina.cn/2020-08-17/detail-iihvpy1513197.d.html>, Acessado em: outubro de 2023.
- [32] Imagem tirada pelo usuário Sun Lijun para o chinadaily.com.cn, "A Fuxing high-speed train that can operate under temperatures as low as -40° C debuts in Beijing, on Jan 6, 2021", Disponível em: <https://www.chinadaily.com.cn/a/202101/07/WS5ff67c76a31024ad0baa116e.html>, Acessado em: outubro de 2023.
- [33] Imagem tirada pelo usuário Frederic Legrand, COMEO para o shutterstock.com, "A TGV arrives at Lyon—imagine it leaving next for Moscow ", Disponível em: <https://www.socialeurope.eu/high-speed-rail-along-a-european-silk-road>, Acessado em: outubro de 2023.
- [34] "TGV Euroduplex High-Speed Train", Disponível em: <https://www.maerklin.de/en/products/details/article/37793>, Acessado em: outubro de 2023.

- [35] Imagem tirada pelo usuário Sukhoi37, " 仙台駅に入線するH5系H1編成 / JR Hokkaido H5 series shinkansen set H1 approaching Sendai Station on a test", Disponível em: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e2/H5%E7%B3%B_B_H1%E7%B7%A8%E6%88%90_%E4%BB%99%E5%8F%B0%E9%A7%85%E5%85%A5%E7%B7%9A.JPG, Acessado em: outubro de 2023.
- [36] Imagem do usuário K.Y. Chung para o Nanyue Express, "JR H5", Disponível em: <https://rail.kychung.com/en/>, Acessado em setembro de 2023.