

EXPLORAÇÃO DE PARAMETROS CONSTRUTIVOS PARA
AMORTECEDOR DE EQUIPAMENTOS SUBMARINOS

Eduardo de Aquino Menezes Soares

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores: Gustavo Rabello dos Anjos

Rio de Janeiro

Março de 2026



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Departamento de Engenharia Mecânica

DEM/POLI/UFRJ



EXPLORAÇÃO DE PARAMETROS CONSTRUTIVOS PARA
AMORTECEDOR DE EQUIPAMENTOS SUBMARINOS

Eduardo de Aquino Menezes Soares

PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Aprovada por:



Prof. Gustavo Rabello dos Anjos, Ph.D.



Prof. Albino José Kalab Leiroz, Ph.D.



Prof. Marcelo José Colaço, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2026

de Aquino Menezes Soares, Eduardo

Exploração de Parametros Construtivos para Amortecedor de Equipamentos Submarinos/ Eduardo de Aquino Menezes Soares. – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2026.

XII, 52 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Gustavo Rabello dos Anjos

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Mecânica, 2026.

Referências Bibliográficas: p. 49 – 52.

1. Amortecedor. 2. Mecânica dos Fluidos. 3. Equipamento Submarino. 4. Exploração. 5. *Design of Experiments*. 6. Simulação Computacional. I. Rabello dos Anjos, Gustavo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Curso de Engenharia Mecânica. III. Exploração de Parametros Construtivos para Amortecedor de Equipamentos Submarinos.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Andrea e Reinaldo, que me formaram como pessoa e sempre priorizaram o investimento na educação. Ao meu irmão Leonardo, com quem compartilho todos os momentos importantes da minha vida e que recentemente iniciou sua jornada na UFRJ. Aos meus avós, José Augusto e Marisa, e Augusto e Sônia, que sempre serão minha maior inspiração sobre como levar a vida com leveza. Vocês formam quem sou hoje, levo vocês comigo aonde for e, espero algum dia conseguir retribuir os sentimentos que me proporcionaram ao longo da vida.

Agradeço também à minha namorada, Giulia Spinelli, que me acompanhou ao longo de todo o ciclo universitário. Seu carinho e a leveza do dia a dia ao seu lado foram essenciais para a conclusão desta etapa. Muito obrigado pelo apoio constante ao longo dos últimos sete anos.

Aos meus amigos (os de longa data, os colegas da UFRJ e aqueles que se tornaram minha rede de apoio durante o intercâmbio) deixo meu sincero agradecimento pela parceria e, principalmente, pelos momentos de descontração que tornaram essa trajetória mais leve.

Agradeço igualmente aos meus colegas de projeto, que não apenas contribuíram diretamente para o desenvolvimento do trabalho, como também se tornaram grandes amigos. Pedro, Guilherme e Enzo, muito obrigado pelas inúmeras horas dedicadas a concretizar este projeto. Estou animado para continuar trabalhando com vocês nos próximos passos deste estudo.

Por fim, agradeço aos professores da Engenharia Mecânica - UFRJ. A paixão pelo conhecimento demonstrada por vocês é o que impulsiona o desenvolvimento de novos talentos no nosso país. Em especial, agradeço ao meu orientador, Gustavo Rabello, que, mesmo sem participação direta em todas as etapas do projeto, dedicou seu tempo e me guiou com excelência até a finalização desta etapa tão importante.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico

EXPLORAÇÃO DE PARAMETROS CONSTRUTIVOS PARA AMORTECEDOR DE EQUIPAMENTOS SUBMARINOS

Eduardo de Aquino Menezes Soares

Março/2026

Orientadores: Gustavo Rabello dos Anjos

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho de graduação descreve o desenvolvimento e a exploração dos parâmetros construtivos de um sistema de amortecimento hidráulico para a instalação de módulos submarinos pesados, cujos requisitos invalidam sistemas de amortecimento convencionais. O princípio de funcionamento baseia-se num sistema de pistão repleto de água marinha que, ao ser expelida por orifícios laterais, gera a perda de carga necessária para a dissipação de energia. A metodologia aplicada envolve a criação de modelos matemáticos resolvidos via Método de Diferenças Finitas (MDF) em Python, utilizando o algoritmo de Runge-Kutta de 4^a ordem para garantir a estabilidade numérica. O projeto empregou técnicas de Design of Experiments (DoE) para explorar um espaço amostral de 1440 simulações de forma eficiente. A análise dos resultados consistiu na filtragem de nuvens de pontos para identificar configurações que minimizassem pressões e acelerações críticas nos componentes. Os critérios de seleção focaram no equilíbrio entre a eficiência de amortecimento e a viabilidade de fabricação. Como resultado final, o trabalho definiu um *design* ótimo, apresentando parâmetros construtivos específicos de diâmetro, número de furos e linhas. Em conclusão, a integração entre simulação numérica e filtragem de dados permitiu a validação e o dimensionamento seguro de um produto inovador para a indústria de óleo e gás.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Mechanical Engineer

SUBSEA DAMPENER DESIGN PARAMETERS EXPLORATION

Eduardo de Aquino Menezes Soares

March/2026

Advisors: Gustavo Rabello dos Anjos

Department: Mechanical Engineering

This work describes the development and design parameters exploration of a hydraulic damping system intended for the installation of heavy subsea modules whose operational requirements render conventional damping solutions ineffective. The operating principle is based on a piston filled with seawater which, when expelled through lateral orifices, generates the pressure loss necessary for energy dissipation. The methodology employed involves the creation of mathematical models solved using the Finite Difference Method (FDM) in Python, applying a fourth-order Runge–Kutta algorithm to ensure numerical stability. The project incorporated Design of Experiments (DoE) techniques to efficiently explore a sample space of 1,440 simulations. The analysis of results consisted of filtering scatter charts to identify configurations that minimized critical pressures and accelerations on the components. The selection criteria focused on achieving a balance between damping efficiency and manufacturing feasibility. As a final outcome, the study established an optimal design, defining specific constructive parameters such as piston diameter, number of holes, and orifice row distribution. In conclusion, the integration of numerical simulation and organized case selection enabled the safe validation and sizing of an innovative product for the oil and gas industry.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xi
Lista de Abreviaturas	xii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivo	3
1.3 Organização do Trabalho	5
2 Revisão Bibliográfica	7
2.1 Métodos Numéricos para Integração de Equações Diferenciais	7
2.1.1 Lineares	8
2.1.2 Não Lineares	9
2.1.3 Análise de Estabilidade e Convergência	10
2.2 Amortecimento por restrição de escoamento	10
2.3 Modelo de Ordem Reduzida	12
2.4 <i>Design of Experiments</i> (DoE)	13
3 Problema Físico e Formulação Matemática	15
3.1 Problema Físico Proposto	15
3.2 Formulação Matemática	17
3.2.1 Dinâmica de Corpo Rígido	17
3.2.2 Mecânica dos Fluidos	18

4	Implementação Computacional	20
4.1	Simulação com Modelo de Ordem Reduzida	20
4.2	Variação de parâmetros construtivos e filtragem de dados	26
5	Resultados e Discussões	28
5.1	Geração de <i>Inputs</i>	28
5.2	Resultados individuais da Simulação	30
5.2.1	Definições Modelo Matemático	31
5.3	Filtragem de Respostas	35
5.3.1	Filtragem geral	36
5.3.2	Definição de D_p	39
5.3.3	Escolha Final dos Parâmetros	42
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	46
	Referências Bibliográficas	49

Lista de Figuras

1.1	<i>Layout</i> ilustrativo instalação submarina de grande porte. Fonte: Site TechnipFMC [1]	1
1.2	Exemplo de instalação de equipamento em águas profundas. Fonte: Anker Offshore [2]	2
1.3	Modelo usado como inspiração para o desenvolvimento do produto com dimensões gerais (em polegadas).	4
2.1	Desenho Esquemático dos parâmetros geométricos variados no <i>design</i> do painel aerodinâmico. Fonte: Artigo DoE NASA: [3]	13
3.1	Representação gráfica do problema físico com os principais parâmetros do problema	16
3.2	Diagrama de Corpo Livre da massa representando o módulo submarino	17
4.1	Fluxograma da lógica de resolução do passo de tempo da simulação .	21
4.2	Gráfico da Área total de passagem (orifícios abertos) em função da posição do topo do pistão	22
4.3	Imagem ilustrativa do modelo tridimensional em fatia com indicações de suas Condições de Contorno	23
4.4	Gráfico da tendência de ΔP para cada posição de fileira de furos, em função da vazão mássica (\dot{m})	25
4.5	Fluxograma simplificado da lógica de simulação e filtragem de resultados	27
5.1	Quadro de gráficos com resultado individual de simulação em função do tempo	30
5.2	Gráfico com resultado individual de simulação em função da posição .	30
5.3	Comparação entre resolução por Euler ou RK4 no tempo	32

5.4	Comparação entre resolução por Euler ou RK4 na posição	32
5.5	E_r e E_a da medida de velocidade em função da posição	33
5.6	Comparação entre resolução por RK4 ora considerando, ora desconsiderando a cavidade inferior em função do tempo	34
5.7	Comparação entre resolução por RK4 ora considerando, ora desconsiderando a cavidade inferior em função da posição	34
5.8	Nuvem de pontos Módulo 1 desalinhado em 1 plano e com 0.7m/s como v_i	36
5.9	Comportamento das opções selecionadas em função da posição do pistão	38
5.10	Compilado das nuvens de pontos dos 4 equipamentos com condição de carga de desalinhamento em 1 plano e $v_i = 0.7m/s$	39
5.11	Dispersão e tendência dos resultados de pressão contra D_p	40
5.12	Dispersão e tendência dos resultados de aceleração contra D_p	40
5.13	Resultados ao longo do tempo das 24 opções com $D_p = 10in$	42
5.14	Dispersão e tendência dos resultados de pressão contra A_{holes}	43
5.15	Dispersão e tendência dos resultados de aceleração contra A_{holes}	43
5.16	Indicação de furações em modelo 3D preliminar do amortecedor	44
5.17	Resultados em função do tempo da configuração ótima	45
5.18	Resultados em função da posição da configuração ótima	45

Lista de Tabelas

1.1	Informações dos equipamentos estudados	4
4.1	Exemplo de Tabela construída para obter estimativa do C_d da fileira de furos, dependendo de sua posição	24
5.1	Matriz de <i>inputs</i>	29
5.2	Tempo de simulação por método	35
5.3	Resultados aceitos por módulo na nuvem de pontos individual	38
5.4	Resultados aceitos por D_p	41
5.5	Parâmetros construtivos <i>design</i> ótimo	44

Lista de Abreviaturas

CFD	<i>Computer Fluid Dynamics</i> , p. 6
CFL	Número de Courant, p. 10
DMD	Dynamic Mode Decomposition, p. 12
EDO	Equação Diferencial Ordinária, p. 7
EDP	Equação Diferencial Parcial, p. 10
FEM	Método de Elementos Finitos, p. 10
LES-ROM	Large Eddy Simulation Reduced Order Model, p. 12
MDF	Método de Diferenças Finitas, p. v
OFAT	One Factor At a Time, p. 13
PINN	<i>Physics-Informed Neural Networks</i> , p. 10
POD	Proper Orthogonal Decomposition, p. 12
RBM	Reduced Basis Methods, p. 12
RK4	Runge-Kutta de 4 ^a Ordem, p. 9
RSM	Response Surface Methodology, p. 13

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Nas últimas décadas, observa-se na indústria de Óleo e Gás um movimento consistente de transferência de processos e equipamentos do ambiente *topside* para o leito marinho, impulsionado pela busca por plantas mais compactas, redução de peso estrutural, melhor aproveitamento da área útil e aumento da segurança operacional. Essa mudança é particularmente relevante no contexto brasileiro, onde a produção em águas profundas e ultraprofundas vem se tornando predominante.

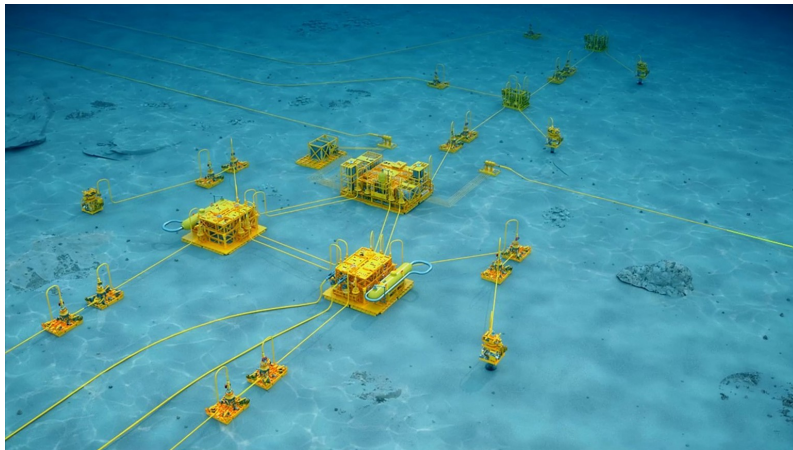


Figura 1.1: *Layout* ilustrativo instalação submarina de grande porte. Fonte: Site TechnipFMC [1]

Apesar da maturidade do setor na instalação de equipamentos subsea, o aumento significativo de massa e dimensões desses novos módulos ultrapassa a capacidade dos mecanismos de amortecimento hoje disponíveis. Este descompasso entre a escala

dos novos sistemas e as tecnologias tradicionais de instalação expõe uma lacuna que precisa ser suprida para garantir a continuidade segura das operações.

A possibilidade de reduzir o porte das plataformas, liberar áreas valiosas para novos módulos *topside* ou até eliminar etapas de processamento na superfície representa ganhos diretos em eficiência, custos e segurança. Assim, qualquer solução que viabilize a instalação segura desses equipamentos se traduz em benefícios operacionais imediatos e estratégicos para as empresas.

No entanto, o fato de trazer vantagens econômicas e ambientais, vem combinado à uma série de desafios ligados ao fato de reprojeter um sistema complexo para que seja instalado e opere em condições severas. Estas condições se concretizam através das informações gerais das regiões com maior presença de plataformas de águas profundas no Brasil, neste caso sendo em média uma profundidade aproximada de 2000m (pressão hidrostática de 20MPa) e temperatura ambiente de 4°C para os campos de Pré Sal.

Essas condições extremas impõem exigências severas sobre qualquer equipamento instalado no fundo do mar. A impossibilidade de intervenção após a instalação aumenta a necessidade de confiabilidade, precisão de operação e previsibilidade do comportamento dinâmico dos módulos durante a descida.

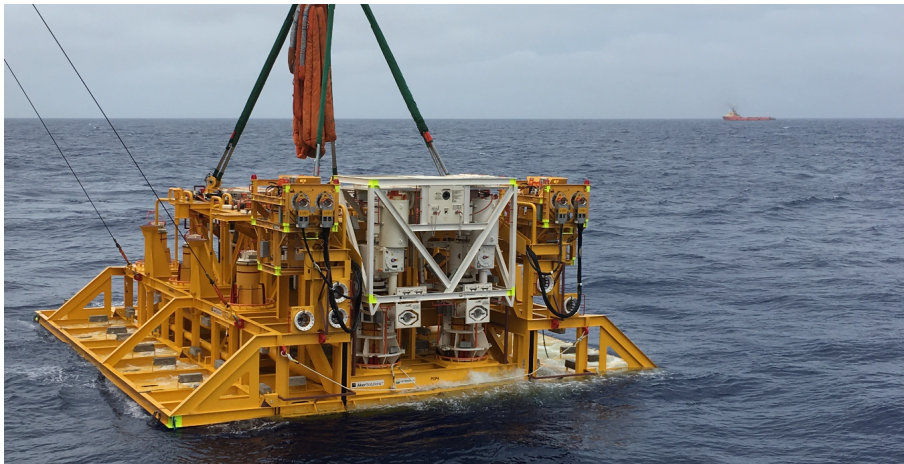


Figura 1.2: Exemplo de instalação de equipamento em águas profundas. Fonte: Anker Offshore [2]

Como citado, a massa excessiva dos módulos estudados invalida o uso dos mecanismos de amortecimento de comumente utilizados pela indústria. A problemática vem principalmente do fato de que as velocidades terminais destes equipamentos

durante a descida estão acima do permitido para os métodos usuais de conexão submersa.

Dessa forma, a ausência de um sistema dedicado capaz de atender aos novos patamares de massa e velocidade de descida dos módulos torna o desenvolvimento de um amortecedor específico imprescindível. É nesse cenário que se insere a motivação central deste trabalho: projetar, avaliar e otimizar um sistema de amortecimento robusto, seguro e adaptado às demandas de módulos submarinos de grande escala.

1.2 Objetivo

Se tratando de um componente crucial no procedimento de instalação dos equipamentos estudados, existe uma equipe de engenharia voltada para o tratamento de cada uma das especificidades do componente, desde sua interface com a estação de instalação - localizada no leito marinho -, até seu posicionamento nas estruturas.

Dada a motivação para o trabalho, seu objetivo se desdobra na definição dos principais parâmetros construtivos que influenciam no comportamento do amortecedor de módulos submarinos. O princípio básico de construção havia sido definido como um sistema de pistão repleto de água marinha que, ao ser expulsa da cavidade principal do amortecedor através de orifícios localizados em uma camisa externa ao êmbolo do pistão, gera a perda de carga necessária para reduzir a velocidade de instalação dos equipamentos (princípio de funcionamento será melhor discutido na Seção 1.3).

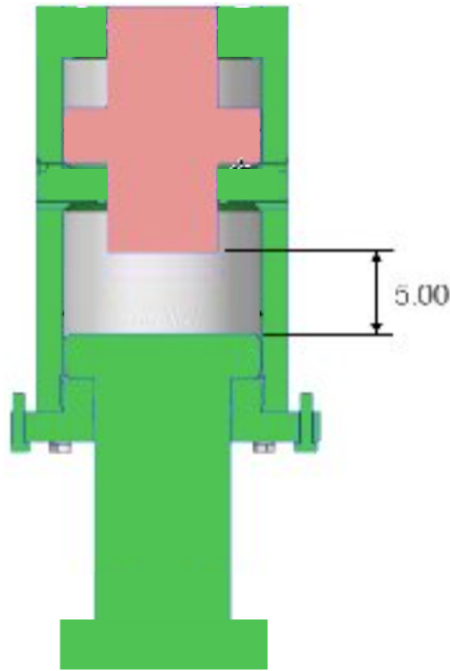


Figura 1.3: Modelo usado como inspiração para o desenvolvimento do produto com dimensões gerais (em polegadas).

O escopo de utilização do amortecedor se estende a 4 módulos, com massas e requisitos diferentes.

Módulo	Massa submersa [ton]	Observação
M1	105	Limite de aceleração (1g - todas as direções)
M2	85	-
M3	80	Possui componentes frágeis ao choque
M4	75	Possui componentes frágeis ao choque

Tabela 1.1: Informações dos equipamentos estudados

Com estas informações básicas do produto, o presente trabalho foca principalmente na definição dos parâmetros dos orifícios de escape de fluido, de forma a reduzir a velocidade de descida até o valor mínimo requisitado pelas normas, sem que pressões e acelerações atinjam valores acima dos limites normatizados ou fixados pelas fronteiras de falha dos componentes mecânicos. Visando tal, foram elaboradas diversas versões de códigos em Python para a resolução do comportamento dinâmico do problema através do Método de Diferenças Finitas (MDF), em paralelo à definição

de valores ligados à perda de carga do fluido em sua passagem através dos orifícios com o auxílio de modelos de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). Logo, os capítulos a seguir terão o papel de esclarecer as especificidades dessas ferramentas e, para além disso, a maneira como se relacionam para que o objetivo do projeto seja alcançado.

1.3 Organização do Trabalho

A abordagem escolhida para a resolução do problema se resume em, a partir da geometria de uma ideia já existente na indústria (Imagem 1.3):

- Desenvolver um modelo matemático do problema dinâmico de amortecimento em um único pistão;
- Implementar a resolução do problema modelado usando o MDF, tendo a geometria de inspiração como base;
- Variação dos parâmetros construtivos usados como *input* no programa de resolução do MDF desenvolvido;
- Definição dos parâmetros geométricos ótimos do amortecedor para a melhor resposta de desaceleração.

Sobre a sequência textual do conteúdo do trabalho criada a partir dos pontos descritos acima, o Capítulo 2 foca em realizar uma revisão bibliográfica sobre os principais assuntos ligados ao conteúdo, como as diferentes técnicas de integração numérica a serem implementadas no MDF e as bases da teoria de Mecânica dos Fluidos. Em sequência, o Capítulo 3 foca em apresentar o problema físico e, a partir deste, demonstrar como foi obtida a formulação matemática usada.

Com o problema devidamente formulado, o Capítulo 4 se desdobra na implementação das equações em um programa computacional que consiga resolver o problema proposto para múltiplas combinações de parâmetros construtivos. Ao longo do Capítulo 5, discute-se como o conjunto de respostas obtido foi filtrado, para que a configuração construtiva ótima fosse atingida.

Por último, já com o projeto de desenvolvimento do amortecedor devidamente validado a partir de todos os capítulos anteriores, o Capítulo 6 reúne os principais

pontos apresentados ao longo do texto e, propõe futuros trabalhos para amadurecimento do produto.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O presente capítulo apresenta uma revisão bibliográfica dos principais temas ligados ao presente trabalho, desde as bases física e matemática usadas para a elaboração e resolução do problema, até os critérios de seleção para definição da geometria final do equipamento.

2.1 Métodos Numéricos para Integração de Equações Diferenciais

A solução numérica de equações diferenciais é uma área fundamental da análise científica e da engenharia computacional, voltada para a obtenção de aproximações de soluções quando métodos analíticos não são viáveis. A formulação matemática de equações diferenciais ordinárias (EDOs) é tratada como $y'(t) = f(t, y(t))$, e sua solução numérica busca discretizar a equação em pontos específicos, permitindo simulações computacionais eficientes e confiáveis. Segundo Conte e de Boor [4], a abordagem do Método de Diferenças Finitas (MDF) permite resolver problemas complexos por meio de algoritmos iterativos, que convergem para soluções aproximadas com controle de erro. O livro apresenta técnicas de integração pelo MDF como Euler, Runge-Kutta e multistep, destacando a importância da estabilidade, consistência e convergência dos algoritmos.

2.1.1 Lineares

As equações diferenciais lineares são aquelas em que a função desconhecida e suas derivadas aparecem de forma linear, ou seja, não são elevadas a potências, multiplicadas entre si, nem envolvidas em funções não lineares (como seno, exponencial, etc.). A forma geral de uma equação diferencial linear de ordem n pode ser expressa como:

$$a_n(x) \frac{dx^n}{dt^n} + a_{n-1}(x) \frac{dx^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dx}{dt} + a_0(x)x = g(x) \quad (2.1)$$

onde os coeficientes $a_i(x)$ são funções conhecidas e $g(x)$ é o termo fonte. A principal característica dessas equações é que elas obedecem ao princípio da superposição, permitindo que soluções individuais sejam combinadas para formar novas soluções. Por consequência, estas permitem a aplicação direta de métodos clássicos de integração numérica, como Euler e Runge-Kutta. Já a obra de Burden e Faires [5] apresenta uma abordagem sistemática para essas técnicas, com foco em problemas de valor inicial e de contorno.

Dentre as diversas técnicas de integração ligadas ao MDF, as de maior interesse para o atual trabalho são:

Euler

Uma das abordagens mais simples para a solução numérica de equações diferenciais ordinárias (EDOs). Um dos pontos de vista para sua definição pode ser feito aproveitando o conceito da derivada de uma função em relação ao tempo [6]:

$$\frac{y(x_{n+1}) - y(x_n)}{\Delta t} = y'(x_n) = f(x_n, y(x_n)) \quad (2.2)$$

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + \Delta t f(x_n, y(x_n)) \quad (2.3)$$

Com isso, a Equação 2.3 representa a integração numérica da função Y , para o cálculo do valor da mesma no instante de tempo seguinte ao atual. Ainda de acordo com Atkinson *et al.* [6], apesar de consistente, este método possui ordem de precisão 1, o que significa que o erro local por passo é proporcional a Δt^2 e o erro

global proporcional a Δt . Portanto, ainda que direto, o método de Euler pode se tornar instável para equações rígidas ou quando Δt é mal escolhido.

Runge Kutta de 4^a Ordem

Sendo vastamente usado na resolução de problemas práticos de engenharia, o método de Runge Kutta é definido como uma extensão do anterior. Sua principal vantagem é que melhora significativamente a precisão sem exigir derivadas de ordem superior em seu equacionamento. Sua principal diferença em relação ao Método de Euler é a quebra do intervalo de análise inicialmente usado pelo primeiro método em quatro seções, com o objetivo de calcular médias parciais e, combiná-las em uma formulação geral:

$$k_1 = f(t_n, y_n) \quad (2.4)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{\Delta t}{2}k_1\right) \quad (2.5)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{\Delta t}{2}k_2\right) \quad (2.6)$$

$$k_4 = f(t_n + \Delta t, y_n + \Delta t \cdot k_3) \quad (2.7)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.8)$$

Atkinson ainda destaca que o amplo uso do RK4 em aplicações de engenharia se deve ao seu equilíbrio entre precisão e custo computacional.

2.1.2 Não Lineares

Equações diferenciais não lineares, apesar de normalmente mais complexas do que as lineares, também são comuns em aplicações de engenharia, como dinâmica de fluidos, estruturas e processos químicos. Devido à sua sofisticação, métodos numéricos tornam-se indispensáveis. Murthy *et al.* [7] apresentam uma revisão abrangente das técnicas modernas, incluindo métodos de diferenças finitas, elementos finitos, volumes finitos e métodos espectrais.

A flexibilidade dos métodos de elementos finitos (FEM) é destacada por Bathe [8], enquanto os métodos espectrais, como os discutidos por Boyd [9], oferecem alta precisão para problemas suaves. Recentemente, métodos baseados em redes neurais,

como os PINNs (Physics-Informed Neural Networks), têm sido explorados por Raissi et al. [10], mostrando grande potencial para problemas de alta dimensionalidade.

2.1.3 Análise de Estabilidade e Convergência

Um dos pontos já citados ao longo do texto e, um dos mais importantes para a validação de resultados é a realização de uma Análise de Estabilidade e de Convergência do problema. Como visto nas seções de explicação dos métodos de Euler e Runge Kutta, a resposta do sistema pode apresentar erros de ordens distintas, a depender da técnica de integração usada.

Portanto, para maior confiabilidade da resposta, são definidos os critérios de convergência. Estes podem ser definidos simplesmente pela observação da variação de parâmetros sensíveis da formulação ou, pelo uso de adimensionais já definidos na literatura. O mais famoso em meio a estes é o número de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL), que estabelece um passo de tempo Δt suficientemente pequeno em relação ao passo espacial Δx e à velocidade característica u , de modo que a informação física não ultrapasse a capacidade do esquema numérico de capturá-la. Formalmente, ela é expressa como [11]:

$$\frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} \leq CFL \quad (2.9)$$

onde:

- u é a velocidade característica do problema,
- CFL é o número de Courant, que depende do método numérico utilizado.

Segundo Atkinson [6], violar a condição de CFL pode levar à instabilidade numérica, resultando em soluções divergentes ou fisicamente inconsistentes. Em métodos explícitos, como o de Euler aplicado a EDPs, o CFL impõe limites rigorosos ao tamanho do passo temporal.

2.2 Amortecimento por restrição de escoamento

O princípio de amortecimento por perda de carga baseia-se na dissipação de energia cinética do fluido ao atravessar uma restrição geométrica, como canais estreitos,

orifícios ou válvulas. Diversos sistemas utilizam este fenômeno como mecanismo de redução de velocidade, o qual pode ser gerado a partir de uma grande diversidade de geometrias, a depender da aplicação prática. No entanto, a maioria destes segue a formulação a seguir, a qual também pode ser manipulada, a depender dos parâmetros conhecidos do problema em questão.

$$\Delta P = C_d \frac{\rho v^2}{2} \quad (2.10)$$

onde:

- ΔP é a perda de pressão,
- C_d é o coeficiente de perda associado à geometria da restrição,
- ρ é a densidade do fluido,
- v é a velocidade média do escoamento.

Nos estudos de Britsin *et al.* [12] e Šklíba e Svoboda [13], essa formulação é aplicada para modelar o comportamento dinâmico de amortecedores hidropneumáticos e hidráulicos, respectivamente. Os autores demonstram que a variação de parâmetros como o diâmetro do orifício, o comprimento do canal e a viscosidade do fluido afeta diretamente o coeficiente C , influenciando a eficiência do amortecimento.

Além disso, Ashraf *et al.* [14] propõem uma abordagem comparativa entre modelos matemáticos e numéricos para estimar a perda de carga em montagens fluido-dinâmicas simplificadas. O estudo destaca a importância da calibração do modelo com base em dados experimentais e simulações CFD, permitindo maior precisão na previsão do comportamento dinâmico do sistema.

Ao abrir a formulação dissipação de energia causada pela passagem de fluido por uma restrição geométrica (dada pela Equação 2.10) para o equacionamento dinâmico, é possível fazer uma análise completa do mecanismo de atenuação de velocidade estudado. Essa dissipação pode ser interpretada como uma forma de amortecimento hidráulico, uma vez que a resistência ao movimento do fluido gera uma força contrária proporcional à sua velocidade.

No contexto da modelagem dinâmica de sistemas mecânicos, conforme apresentado por Rao [15], o termo de amortecimento é geralmente representado por $C.\dot{x}$,

onde \dot{x} é a velocidade do corpo e C é a constante de amortecimento. Ao se considerar um sistema acoplado fluido-estrutura, a força de amortecimento gerada pela perda de carga pode ser integrada ao modelo dinâmico como um termo dependente da velocidade relativa entre componentes, sendo C uma função dos parâmetros hidráulicos e geométricos do sistema. Dessa forma, a resistência ao escoamento atua como um mecanismo dissipativo que contribui para a atenuação das vibrações, estabelecendo uma analogia direta entre os modelos de escoamento e os sistemas vibratórios amortecidos.

2.3 Modelo de Ordem Reduzida

Modelos Reduzidos (ROM) são técnicas computacionais desenvolvidas para simplificar a resolução de sistemas complexos de equações diferenciais, mantendo a fidelidade das respostas físicas essenciais. No contexto da mecânica dos fluidos, ROMs têm sido amplamente utilizados para reduzir o custo computacional de simulações envolvendo escoamentos governados pelas equações de Navier-Stokes. A ideia central é projetar um modelo de baixa dimensionalidade que capture os principais modos dinâmicos do sistema, permitindo previsões rápidas e eficientes. Métodos como a Decomposição Ortogonal de Proper (POD), Decomposição de Modos Dinâmicos (DMD) e os Métodos de Base Reduzida (RBM) são frequentemente empregados para esse fim [16].

A aplicação de ROMs em problemas envolvendo perda de carga por restrições bruscas é particularmente promissora, pois permite explorar rapidamente diferentes configurações geométricas e condições de contorno sem a necessidade de simulações completas para cada caso. Estudos recentes demonstram que ROMs podem ser integrados com técnicas de controle ótimo e otimização paramétrica, possibilitando a análise de múltiplos cenários em tempo reduzido [17, 18].

Além disso, abordagens híbridas que combinam ROMs com modelos de turbulência, como LES-ROMs, têm mostrado bons resultados na simulação de escoamentos convectivos dominados por turbulência [19]. O presente trabalho não entra especificamente neste ponto, mas é um conceito mapeado para desenvolvimentos futuros.

2.4 *Design of Experiments (DoE)*

É uma metodologia estatística desenvolvida para investigar sistematicamente os efeitos de múltiplas variáveis sobre uma resposta. Foi pioneiramente introduzida por Sir Ronald A. Fisher no início do século XX, principalmente em pesquisas na área agrícola. Fisher estabeleceu conceitos fundamentais como aleatorização, replicação e bloqueio, que permanecem centrais no planejamento experimental até os dias atuais.

Com o tempo, o método evoluiu para atender às demandas de controle de qualidade industrial, otimização em engenharia e simulações computacionais. No contexto deste último ponto, o DoE contribui para a redução do número de simulações necessárias, ao mesmo tempo em que permite capturar as interações entre os parâmetros. Isso é particularmente útil em tarefas envolvendo CFD, FEA e otimização paramétrica [20].

No contexto de experimentos computacionais, como os realizados com CFD, alguns dos métodos presentes na forma atual do DoE conseguem reduzir significativamente o espaço amostral necessário para obter respostas confiáveis, sem comprometer a qualidade dos resultados. Rhew *et al.* [3] por exemplo, demonstram como a aplicação de conceitos como o uso de modelos empíricos (surrogates) e metodologias de superfície de resposta (RSM), que permitem explorar o comportamento local das variáveis e capturar interações entre fatores resultou na redução do número de experimentos necessários na definição do design do painel aerodinâmico de um veículo aeroespacial da NASA.

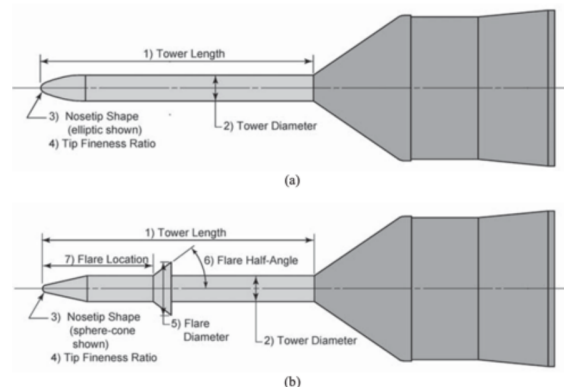


Figura 2.1: Desenho Esquemático dos parâmetros geométricos variados no *design* do painel aerodinâmico. Fonte: Artigo DoE NASA: [3]

Ao longo do texto, os autores destacam que, dentre os originais 1566 confi-

gurações que seriam necessárias realizando combinações variando um fator por vez (OFAT - *One Factor at a Time*), foram realizados testes com somente 84 configurações após a implementação das bases do DoE. Além da otimização do tempo de simulação, foram obtidas informações sobre a interação entre os parâmetros variados - dados esses que não seriam claramente identificáveis na abordagem de experimentação OFAT.

Já no estudo conduzido por Kaniş Kocabiçak e Açar [21], foi aplicada uma abordagem de Planejamento Fatorial Completo para investigar o desempenho de montagens hidráulicas em motores automotivos. Os autores variaram sistematicamente os parâmetros construtivos do sistema, como volume da câmara, rigidez da borracha e dimensões do canal de fluido, com o objetivo de identificar configurações que maximizassem o efeito de amortecimento. A partir da matriz de configurações fatorial gerada, foram definidos critérios de seleção baseados em indicadores de desempenho, como a transmissibilidade de força e a frequência natural do sistema. Após a simulação das combinações, os resultados foram filtrados com base em limites técnicos e operacionais, permitindo a identificação de um conjunto reduzido de configurações ótimas. Essa abordagem demonstra como o uso estruturado do DoE (ainda que com suas técnicas mais simples) pode não apenas reduzir o número de experimentos necessários, mas também orientar a tomada de decisão com base em múltiplos critérios simultâneos, promovendo maior eficiência no processo de desenvolvimento de componentes mecânicos.

Capítulo 3

Problema Físico e Formulação Matemática

No presente capítulo o problema físico analisado no trabalho será devidamente apresentado, considerando o amortecimento de módulos submarinos durante seu procedimento de instalação. Em seguida, também é destrinchada a formulação matemática do problema a ser implementada no programa computacional desenvolvido.

3.1 Problema Físico Proposto

Com o objetivo de descrever o movimento do equipamento sendo instalado ao longo do curso do conjunto de amortecedores, o problema proposto resulta da análise de uma massa pontual sendo aplicada diretamente em um único amortecedor. Isto representa uma simplificação do que ocorre na realidade, onde o comportamento de um dos pistões pode influenciar na performance dos outros presentes no conjunto. No entanto, tal redução de complexidade na modelagem do fenômeno foi compensada pela introdução do estudo de diferentes carregamentos no sistema, de forma a considerar possíveis sobrecargas no amortecedor observado.

O efeito de amortecimento ocorre pela aplicação da carga referente à uma fração da massa submersa do módulo no amortecedor estudado, a qual induz o movimento relativo entre o pistão e a camisa do sistema. Este por sua vez tem seu deslocamento dificultado pela perda de carga do fluido de trabalho ao passar pelos orifícios adicionados ao modelo. Dessa maneira, a velocidade de descida do equipamento é

gradualmente reduzida.

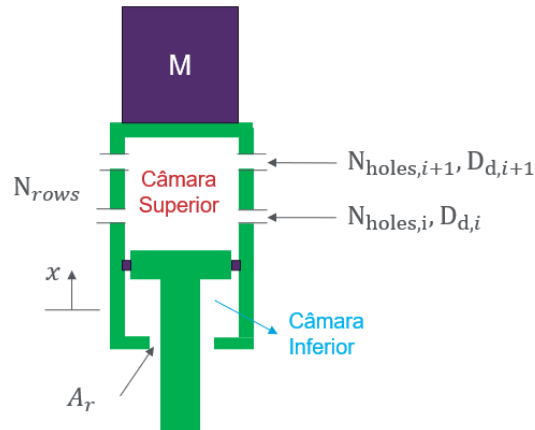


Figura 3.1: Representação gráfica do problema físico com os principais parâmetros do problema

Dessa maneira, o processo estudado engloba tanto uma problemática dinâmica que depende diretamente dos conceitos estudados na Mecânica dos Fluidos. Para que fosse possível o desenvolvimento do trabalho, algumas hipóteses foram consideradas. Além do fato de estudar o comportamento individual de somente um dos amortecedores do módulo:

1. Escoamento incompressível ao longo de todo o sistema;
2. Corpos Rígidos;
3. Sistema totalmente preenchido com fluido;
4. Força de arrasto desprezada;
5. Formulação considera que não existe nenhum escoamento entre as câmaras superior e inferior vistas na Figura 3.1 e, portanto, nenhuma saída de fluido além dos orifícios;
6. O escoamento através da área na câmara inferior é considerado livre, dado à grande razão de áreas A_r/A_{sup} , onde A_{sup} corresponde à soma das áreas de todos os orifícios. A justificativa desta hipótese se encontra no Capítulo 5;

3.2 Formulação Matemática

Com o problema físico e suas simplificações devidamente descritos, a formulação do problema se divide nas partes com equações ligadas à Dinâmica de Corpos Rígidos e à Mecânica dos Fluidos para a descrição do movimento de uma configuração específica do produto.

3.2.1 Dinâmica de Corpo Rígido

Nesta primeira parte, deseja-se obter a equação que define o equilíbrio de forças externas atuando na massa representativa da Figura 3.1. Para tal, o primeiro passo consiste em identificar quais são estas forças à partir do Diagrama de Corpo Livre abaixo.

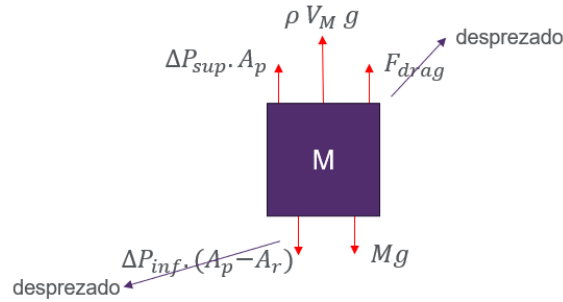


Figura 3.2: Diagrama de Corpo Livre da massa representando o módulo submarino

A partir da Figura 3.2, foi considerada a união dos termos constantes de peso e empuxo no termo dado por $W_{sub} = Mg - \rho V_M g$.

Realizadas as devidas simplificações e fazendo o equilíbrio das forças descritas pelo Princípio Fundamental da Dinâmica, obtém-se:

$$M\ddot{x} = W_{sub} - \Delta P_{sup} A_p \quad (3.1)$$

Isolando o termo de aceleração, ficamos com a EDO de segunda ordem:

$$\ddot{x} = \frac{W_{sub} - \Delta P_{sup} A_p}{M} \quad (3.2)$$

Para a implementação desta equação no problema, ainda devem ser identificadas as condições iniciais e de contorno adequadas. Pelas características do problema e da região de interesse, pode-se considerar:

- **Condições Iniciais:**

1. $x(0) = 0$;
2. $\dot{x}(0) = 0.5m/s$ ou $0.7m/s$. Ambos os casos foram considerados;
3. $\ddot{x}(0) = 0$.

- **Condições de Contorno e Hipóteses:** Asseguram que o sistema seja descrito por um conjunto fechado e fisicamente coerente de equações dinâmicas.

1. Posição, velocidade e aceleração iniciais definidas - Condições Iniciais acima;
2. Aplicação das condições de não-deslizamento e não-penetração nas paredes;
3. Câmara superior considerada selada, com escoamento exclusivamente pelos orifícios;
4. Não há saída de fluido do sistema durante movimentação do pistão;
5. Ausência de comunicação com a câmara inferior - presença de selo mecânico no êmbolo;
6. Força externa composta pelo peso submerso e pressão hidrostática do meio;
7. Área de passagem variável conforme o curso;
8. Desprezo de arrasto externo e comportamento rígido das superfícies;

O cálculo da aceleração à cada passo de tempo e, sua integração para que sejam obtidos os valores de velocidade e de posição do pistão são algumas das respostas de grande importância para o problema. Entretanto, pode-se observar na Equação 3.3 que o único termo variável em relação ao tempo é o diferencial de pressão na câmara superior do sistema, o qual será atualizado pelas equações desenvolvidas na seção a seguir.

3.2.2 Mecânica dos Fluidos

Esta segunda parte da resolução do estudo visa, a partir de conhecimentos básicos da área de Mecânica dos Fluidos, atualizar a medida da variável ΔP_{sup} vista na

Equação 3.3. Para isto, foi resgatada a definição do Coeficiente de Perda de Carga (C_d) [22] dos orifícios, visto como um adimensional que representa a perda de pressão de escoamento ao passar por algum acidente.

$$C_d = \frac{\dot{m}}{A_d \sqrt{2\rho_\infty \Delta P}} \quad (3.3)$$

Ao longo da formulação, o C_d foi considerado um valor conhecido para todos os furos de saída, sendo a princípio estimado um valor de 0.8, a partir da consulta de valores comumente implementados para tal parâmetro em escoamentos com grande restrição com ângulo reto nas referências [23]. Além desta suposição, pelo fato do escoamento ser considerado incompressível, o parâmetro ρ_∞ também é dado como constante. Dessa forma, isolando \dot{m} e, simplificando as constantes por um valor K , obtemos:

$$\dot{m} = A_d C_d \sqrt{2\rho_\infty \Delta P} \rightarrow \dot{m} = A_d K \sqrt{\Delta P} \quad (3.4)$$

Esta relação matemática serve de suporte para a obtenção do valor de pressão, quando integrada para obter o valor de massa. Com esse valor e o de posição do pistão conhecidos, pode-se calcular a densidade do fluido (ρ), que por sua vez, é usada para a obtenção do novo valor de pressão da câmara estudada. O passo a passo específico de obtenção do dado de pressão será melhor explicado ao longo do Capítulo 4, dado que usa de uma biblioteca computacional em *Python* para atingir os valores de pressão.

Capítulo 4

Implementação Computacional

4.1 Simulação com Modelo de Ordem Reduzida

Para resolução do problema ao longo do tempo, foi desenvolvido um programa computacional em linguagem *Python*, onde as equações vindas do Capítulo 3 são resolvidas para cada passo temporal da simulação. O programa em questão passou por diversas versões, até que fosse atingida a robustez desejada.

As EDO's descritas ao longo da Formulação Matemática, quando resolvidas computacionalmente para um espaço temporal, demandam a discretização do domínio do tempo e, em sequência, a implementação de uma técnica de aproximação de derivadas. No caso estudado, temos as Equações 3.3 e 3.4 como as duas principais EDO's do problema, as quais são resolvidas no espaço temporal usando métodos de integração distintos dentro do MDF.

Em primeiro momento, a intenção foi implementar o Método de Euler de primeira ordem para ambas, por ser o mais simples e direto dentre os de integração numérica. Este cumpriu o papel de validação do modelo e obtenção de resultados preliminares. No entanto, visando a possibilidade futura de aumento da precisão na simulação, através da adição do termo de influência da câmara inferior do sistema (desconsideração descrita no Capítulo 3), foi desenvolvida uma versão do programa que usa um algoritmo de Runge Kutta de Quarta Ordem para resolver a Equação 3.3.

Além desses dois pontos focais, o problema conta com a variação de diversos parâmetros auxiliares ao longo da simulação, que devem ser corretamente modelados.

A primeira é a área total de saída de fluido (definida como A_{sup} no Capítulo 3), que varia conforme o pistão passa pelas fileiras de furos. Como consequência desse fator, existe a variação do C_d , visto que o perfil de escoamento muda com a obstrução parcial ou total dos orifícios. Como critério de convergência do cálculo, também é feita uma verificação da variação de volume ao longo de um passo de tempo, que pode ser reduzido ou aumentado conforme o resultado.

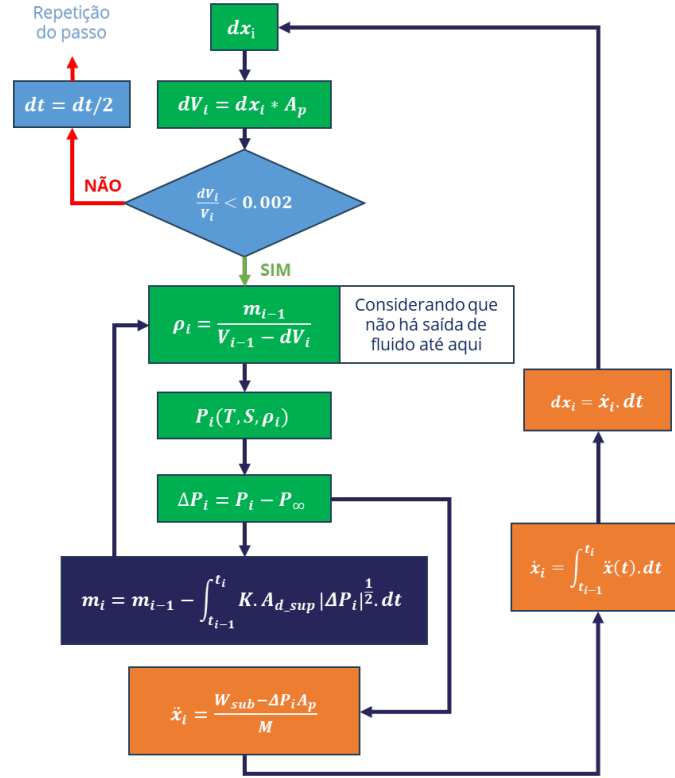


Figura 4.1: Fluxograma da lógica de resolução do passo de tempo da simulação

Ao tratar do passo a passo computacional da resolução discutida, a Figura 4.1 resume a ordem implementada. Para dar início, é importante resgatar a hipótese de não existir saída de massa do sistema (câmara superior) durante o deslocamento infinitesimal do pistão - referência aos tópicos de condição de contorno do Capítulo 3. Esta consideração torna o modelo compressível neste momento, já que a variação da posição do pistão, sem saída de fluido do amortecedor varia a massa específica (ρ) do fluido estudado.

A variação de ρ gera por sua vez o ΔP em relação à pressão hidrostática (P_∞), que desencadeia a saída de fluido do sistema, regida pela Equação 3.4 (caixa azul marinho do fluxograma). Por fim, este mesmo diferencial de pressão determina a

variação de posição do êmbolo para o passo seguinte pela Equação 3.3.

Todos esses pontos são cruciais, dado seu impacto direto na resposta da simulação. No caso da atualização do valor de A_{sup} , foi implementado um algoritmo que calcula a área exata à cada passo de tempo, por meio da informação da posição do topo do pistão e de fórmulas básicas de cálculo de área de setor circular.

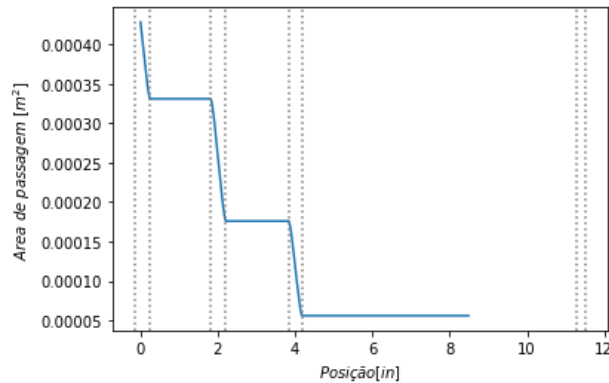


Figura 4.2: Gráfico da Área total de passagem (orifícios abertos) em função da posição do topo do pistão

Os valores do coeficiente de descarga das diferentes posições de orifícios foram obtidos pelos resultados de uma simulação em CFD feita pelo colega de projeto e aluno da graduação de Engenharia Mecânica da UFRJ, Enzo Almeida (e-mail para contato: enzopfa@poli.ufrj.br). O desenvolvimento deste modelo será publicado em breve como seu Projeto de Graduação. Portanto, dado que a simulação foi desenvolvida em paralelo com a resolução do problema de Diferenças Finitas, esta parcela do desenvolvimento não será abordada ao longo deste trabalho.

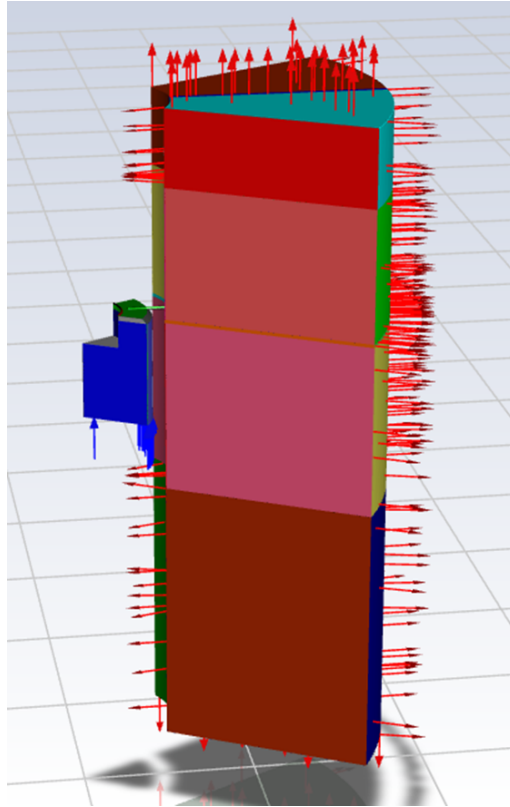


Figura 4.3: Imagem ilustrativa do modelo tridimensional em fatia com indicações de suas Condições de Contorno

Ainda assim, os resultados dos CFDs feitos com diferentes velocidades iniciais foram tratados para alcançar um valor linearizado e aproximado dos C_d s de cada uma das fileiras de furos, usando a Equação 3.4 como base e, variando a velocidade (vazão mássica) do escoamento a cada simulação.

Fileira início		
\dot{m} (kg/s)	ΔP (Pa)	C_d
6.8487	1.97E+07	0.75
5.319	1.26E+07	0.73
3.9818	7.04E+06	0.73
2.6472	3.12E+06	0.73
1.3208	768382	0.73
Fileiras meio curso		
\dot{m} (kg/s)	ΔP (Pa)	C_d
6.8487	1.97E+07	0.75
5.319	1.26E+07	0.73
3.9818	7.08E+06	0.72
2.6472	3.13E+06	0.72
1.3208	781910	0.72
Fileira Topo		
\dot{m} (kg/s)	ΔP (Pa)	C_d
6.8487	2.35E+07	0.68
5.319	1.51E+07	0.66
3.9818	8.48E+06	0.66
2.6472	3.77E+06	0.66
1.3208	928345	0.66

Tabela 4.1: Exemplo de Tabela construída para obter estimativa do C_d da fileira de furos, dependendo de sua posição

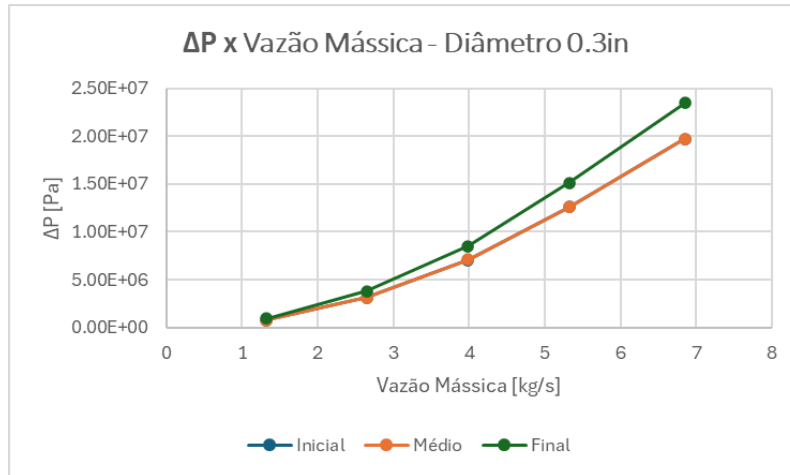


Figura 4.4: Gráfico da tendência de ΔP para cada posição de fileira de furos, em função da vazão mássica (\dot{m})

Já o coeficiente de perda de carga do sistema como um todo é calculado à cada passo no tempo, como uma média ponderada dos C_d s de cada uma das fileiras de furos, usando o valor de área de cada fileira como peso no algoritmo de média.

Por último, é necessária a verificação de estabilidade do código, que muitas vezes pode ser feita usando o CFL. No entanto, pela complexidade do problema, a variação relativa do volume da câmara superior foi escolhida como parâmetro de verificação do resultado. Este passou por uma etapa de calibração do valor limite a ser usado para classificar se o resultado do incremento temporal havia convergido ou não.

Ao final da análise, foi definido um limite de variação percentual do volume em relação ao volume total da câmara no instante analisado ($\Delta V/V$) de 0.002. Este controle levava à geração de respostas com custo computacional razoável e, um resultado convergido, ainda que ruidoso a depender das condições de contorno consideradas.

Em caso de divergência do passo, o Δt é reduzido pela metade e, a sequência de equações resolvida, repetindo os valores de entrada da tentativa anterior. Afim de evitar o uso desta discretização ultra refinada em pontos mais estáveis da simulação, foi desenvolvido um algoritmo de passo de tempo adaptativo. Com isso, além da função de reduzir a duração do passo a partir do critério citado acima, Δt aumenta em 10% em relação ao anterior no caso de $\Delta V/V < 0.001$. Para os valores de variação relativa de volume entre estes dois, Δt se mantém.

Com esta estrutura, tem-se bem definido o passo a passo computacional para a re-

solução do problema de ordem reduzida de uma possível configuração de parâmetros do amortecedor. Na seção a seguir, estão descritas a implementação computacional tanto da geração de configurações, quanto da filtragem dos resultados a serem aceitos.

4.2 Variação de parâmetros construtivos e filtragem de dados

Dada a motivação do projeto de varrer uma matriz de parâmetros construtivos do design de um amortecedor *subsea*, a fim de obter a combinação ótima entre estes, criou-se a necessidade de algoritmos computacionais auxiliares, para ambas a criação destas configurações e para a seleção daquelas que atendem os critérios de projeto. Logo após o início da implementação destes complementos, percebeu-se que a matriz de testes vinha tomando uma dimensão que dificultaria a análise manual das respostas caso a caso.

Portanto, foi notada a importância do uso de uma técnica de filtragem de dados. Para tal, as metodologias vindas do *Design of Experiments* (DoE), citadas no Capítulo 2, se mostraram de grande valor, por permitirem o estudo do impacto da variação de diferentes parâmetros físicos do problema, na resposta final da simulação. Artigos como o de Rhew *et al.* [3] demonstram uma situação bem similar, mesmo que a aplicação final do produto seja bem distante. Houve a tentativa de implementar algumas metodologias de RSM, onde é explorado o comportamento local das variáveis e, capturada a interação entre os fatores, mas sem sucesso pela sensibilidade do modelo matemático e, pelo curto prazo de desenvolvimento do atual trabalho.

Ao final, foi aplicado o Planejamento Fatorial Completo [21], o qual trabalha na combinação fatorial dos parâmetros, individualmente. Com isso, foi criado um programa computacional gerador de configurações do amortecedor. Este, recebendo os possíveis valores de cada variável, retorna todas as combinações existentes para o conjunto. Estas por sua vez são usadas como entrada em um código que permite a solução do algoritmo descrito na seção anterior em esquema *multithreading* - programas rodando em paralelo, nos diferentes núcleos da máquina.

Os resultados dessa grande amostragem de simulações é estocado em um conjunto de arquivos *.json*, que são posteriormente submetidos à uma sequência de critérios de aprovação, como primeira etapa de filtragem. Esta conta com limitações de projeto dos equipamentos a serem instalados como critério e, é realizada com o auxílio de um outro algoritmo independente desenvolvido em *Python*. Como última etapa desta primeira camada de filtragem, os resultados aprovados para as diferentes configurações de carga dos quatro equipamentos equivalentes são comparados entre si, com objetivo de manter somente os que sejam aprovados com unanimidade.

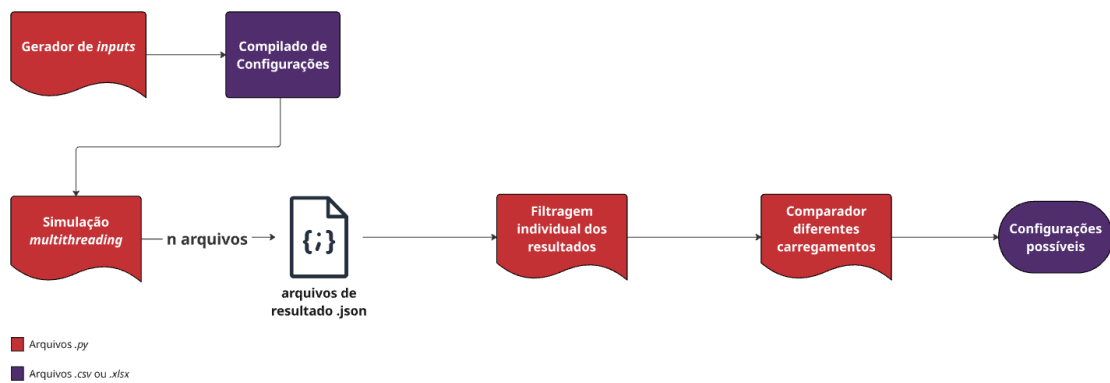


Figura 4.5: Fluxograma simplificado da lógica de simulação e filtragem de resultados

Seguindo todas as etapas descritas, é possível reduzir gradualmente a quantidade de resultados a serem analisados individualmente, o que otimizou significativamente o tempo de desenvolvimento do componente estudado, sem que houvessem perdas de informação ao longo do caminho. Usufruindo da fundamentação teórica que foi detalhada ao longo destas últimas páginas, o Capítulo 5 descreve as particularidades dos critérios usados e dos resultados finais da filtragem.

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Definidos o modelo matemático, sua implementação computacional e, o método de seleção de seus resultados, torna-se possível a definição dos valores ideais para os parâmetros analisados do design estudado. Este capítulo foca em trazer materialização quantitativa de afirmativas descritas nas seções anteriores. Na primeira parte, são inseridos os dados referentes à geração fatorial de configurações construtivas, seguida da aplicação individual destas no código de simulação por Diferenças Finitas e, finalizado com a filtragem das opções até a decisão sobre uma configuração ideal.

5.1 Geração de *Inputs*

Seguindo os passos descritos na Implementação Computacional, a definição dos valores de entrada geométricos na simulação é feita a partir de uma matriz de valores que devem ser testados de cada variável. Estas combinadas de maneira fatorial permitem a avaliação do espectro experimental desejado. Os valores a serem variados e, seus respectivos intervalos discretizados definidos são:

Parâmetro	Valores inseridos
D_d [in]	[0.15, 0.20, 0.30]
N_{holes}	[2, 4]
N_{rows}	[4]
x_{row} [in]	[[0.04, 2.00, 4.00, 11.40]]
C_d	Calculado usando CFD
D_p [in]	[7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 9.5, 10.0]

Tabela 5.1: Matriz de *inputs*

Como retrono da função computacional desenvolvida para esta etapa, foram definidas **1440 combinações** únicas de entradas, considerando algumas restrições.

- Número de fileiras de orifícios (N_{rows} fixada à 4 para evitar valores extremos de pressão na cavidade do amortecedor;
- Somente uma lista possível para a variável x_{row} de acordo com o valor de N_{rows} ;
 - Posição da primeira fileira (primeiro item da lista) definida o mais próximo possível do pistão para facilitar o enchimento natural da cavidade com a pressão de coluna d'água;
 - Posição da última fileira (último item da lista) no topo da camisa para evitar o acúmulo de uma camada de ar no sistema;
 - Definição da posição das duas outras fileiras de maneira a suavizar o processo de amortecimento.
- Diâmetro dos furos (D_d) deve ter o mesmo valor para os furos de uma mesma fileira;
- Valor de C_d usou os resultados apresentados na Tabela 4.1 e, feita uma média de acordo com a área de passagem disponível - como explicado no Capítulo 4. Portanto, este parâmetro varia ao longo da simulação.

Todas essas configurações foram compiladas em um arquivo *.csv* contendo a cada linha, as informações de uma possível combinação de parâmetros, como visto na Figura 4.5

5.2 Resultados individuais da Simulação

Mesmo antes da criação automática da matriz de *inputs*, foram realizadas diversas tentativas de encontrar o *design* ideal, alterando os parâmetros manualmente. Dentre os pontos importantes desta análise em primeiro nível, destacam-se a escolha do modelo de resolução numérica das EDOs - garantindo a robustez do modelo matemático, a fixação das posições vistas na lista N_{rows} e a verificação dos valores intermediários da simulação por meio de visualização gráfica.

Previamente a apresentação dos resultados sobre estes interesses específicos, seguem duas figuras contendo o compilado de gráficos obtido por padrão como resposta do programa principal.

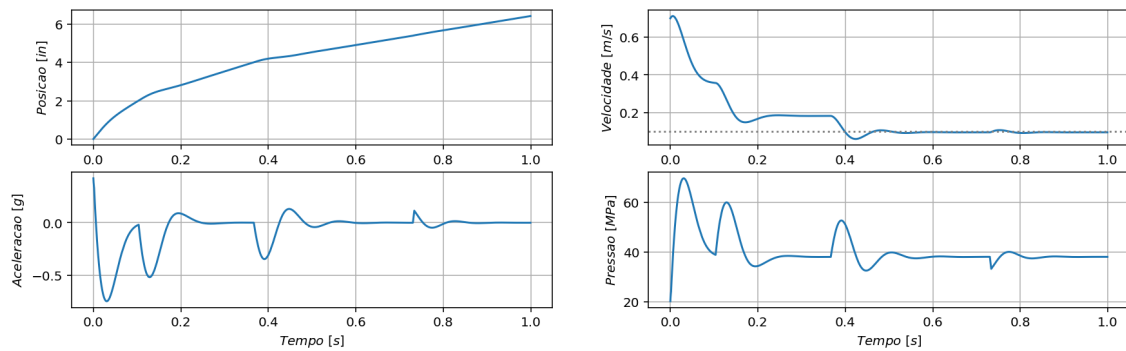


Figura 5.1: Quadro de gráficos com resultado individual de simulação em função do tempo

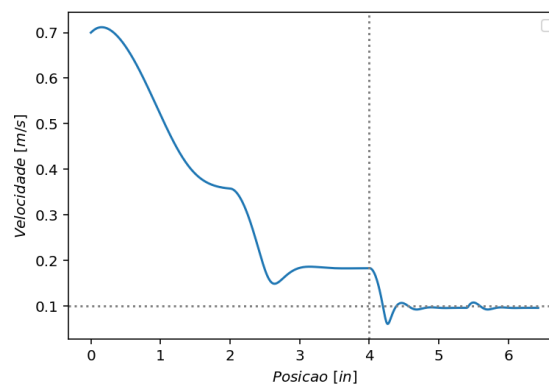


Figura 5.2: Gráfico com resultado individual de simulação em função da posição

Nos gráficos acima, os vales, picos e mudanças de inclinação ocorrem nos momentos de passagem pelas fileiras de orifícios e, demonstram claramente a eficiência do

amortecimento. Além disso, as grandezas apresentadas são utilizadas como critérios de seleção nas etapa de filtragem de resultados.

Outro ponto a se identificar antes da passagem à análise de múltiplos casos é a definição de critérios de parada de tempo de simulação a 1 segundo, desde que reste somente a última carreira de furos a ser tapada e, de volume mínimo na cavidade estudada. O primeiro desses faz com que o gráfico do modelo 5.2 não chegue próximo ao valor de fim de curso do pistão ao final da simulação, o que pode gerar confusão, mas que não influencia no resultado, pelo fato do sistema continuar constante deste ponto, até o fim de curso do pistão. Já o segundo evita que o sistema comece a apresentar ruídos, pelo pequeno diferencial de pressão apresentado nestas últimas iterações.

5.2.1 Definições Modelo Matemático

Dentro do tópico de definição do método de resolução numérica a ser adotado, a hipótese de desconsideração da influência da cavidade inferior no sistema de equações - citada no Capítulo 3 - demonstrou grande influência. Isto porque a consideração ou não desta afirmação gera grande impacto na sensibilidade do modelo, resultando na necessidade ou não de uma simulação de alta complexidade.

As primeiras versões do código contavam com o Método de Euler de primeira ordem desconsideravam esta influência. O tempo de simulação se manteve constantemente abaixo de 1 minuto para cada caso e retornava dados pouco ruidosos, qualitativa e quantitativamente similares aos vistos nas Figuras 5.1 e 5.2. A partir da inclusão da câmara inferior no equacionamento (visando verificar sua influência no fenômeno), muitos dos casos estudados passaram à divergir, devido às Equações 3.3 e 3.4 serem resolvidas em momentos diferentes do passo temporal mas, ainda assim dependerem de ΔP . Mesmo refinando a função de passo de tempo variável já antes implementada para discretizar ainda mais o intervalo estudado, o programa ainda não era confiável o suficiente para ser usado como base no desenvolvimento do produto.

Pelas falhas obtidas e com base em [4] e [6], determinou-se que a mudança do modelo numérico para um Runge Kutta de Quarta Ordem (RK4) na Equação 3.3 seria uma possível solução. Mesmo existindo algumas bibliotecas Python voltadas

à implementação deste método, a complexidade da formulação e a necessidade de adaptação do passo temporal motivaram o desenvolvimento de uma função contendo o algoritmo do RK4, seguindo o equacionamento 2.8. Esta nova ferramenta foi validada através da comparação de um mesmo caso desconsiderando a cavidade inferior resolvido por Euler de Primeira Ordem e por RK4. Como resultado, as curvas de todas as grandezas analisadas se sobrepuseram em basicamente todo o domínio estudado.

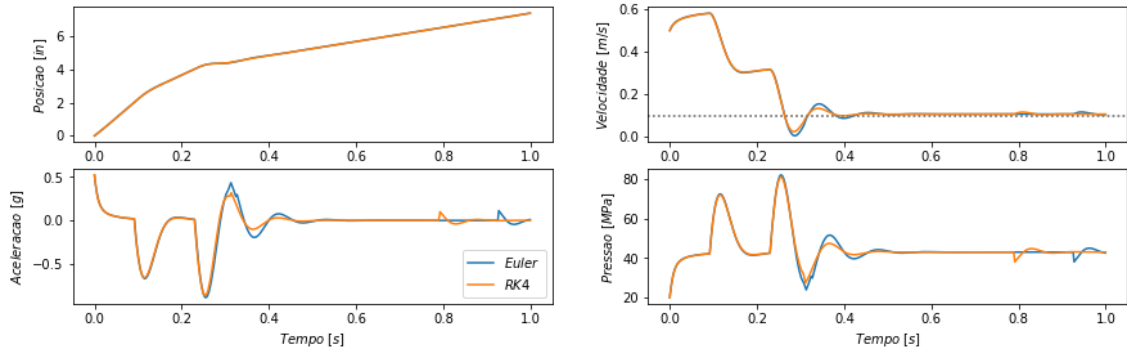


Figura 5.3: Comparação entre resolução por Euler ou RK4 no tempo

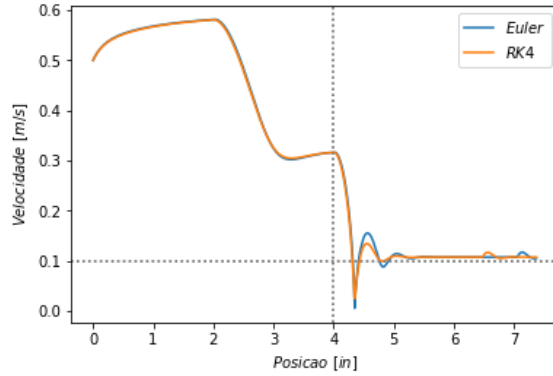


Figura 5.4: Comparação entre resolução por Euler ou RK4 na posição

A proximidade entre os resultados é visualmente notável pelos gráficos, mas comprovada pelas medidas de erro absoluto (E_a), sua média ao longo da simulação (MAE) e, pela medida de erro relativo (E_r). Importante notar que estas análises consideraram o resultado por Euler como referência.

$$E_a = |x_{\text{RK4}} - x_{\text{Eul}}| \quad (5.1)$$

$$E_r = \frac{|x_{\text{RK4}} - x_{\text{Eul}}|}{|x_{\text{Eul}}|} \quad (5.2)$$

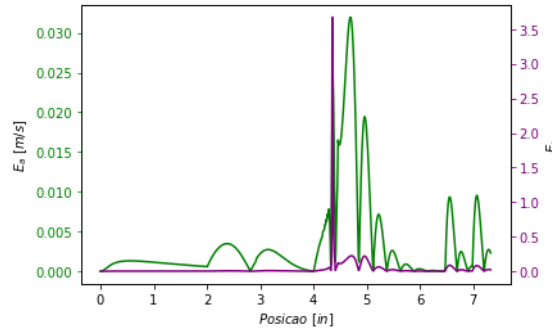


Figura 5.5: E_r e E_a da medida de velocidade em função da posição

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i^{\text{RK4}} - y_i^{\text{Eul}}| \quad (5.3)$$

O MAE para a medida de velocidade retornou um valor de aproximadamente 0.0031 m/s, o que se encontra duas ordens de grandeza abaixo da velocidade inicial do sistema de 0.5 m/s, comprovando portanto a funcionalidade do algoritmo de RK4 implementado. Já da Figura 5.5, é possível extrair informações importantes de pontos específicos da simulação. Uma dessas é o pico do erro relativo observado em torno de 4.3in, influenciado principalmente pelo valor de referência se tratar de um ponto de inflexão agudo e, próximo à 0 em módulo.

Com o novo modelo validado tanto pela comparação visual, quanto pela análise de erros, este passou a ser usado como padrão para as soluções. Ainda sem considerar a influência da câmara inferior, o tempo de simulação passou a ser em média, de 2 minutos para cada caso estudado. Este pequeno aumento tem um impacto maior quando acumulados todos os casos investigados mas, ainda assim foi o escolhido por se tratar de um método de integração numérica mais robusto.

Ao considerar o impacto da cavidade inferior nesta nova versão, alguns resultados ainda divergiam, o tempo de simulação individual passou à escala de 20 minutos e, algumas das grandezas passaram a apresentar resultados extremamente ruidosos, ainda que sua média se mantivesse alinhada com o resultado que desconsidera o termo em questão. A diferença no tempo de simulação ocorre pela necessidade de

um Δt extremamente pequeno (da ordem de 10^{-8}), para que as medidas estejam de acordo com os critérios de aceitação do passo temporal, explicados no Capítulo 4.

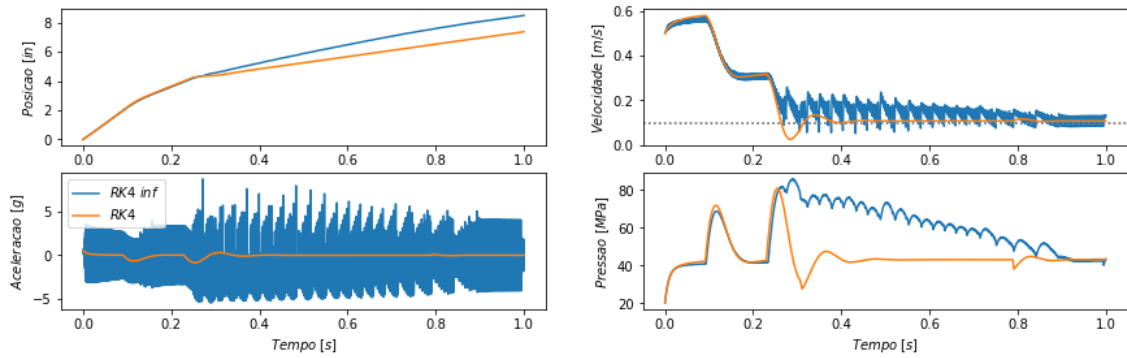


Figura 5.6: Comparação entre resolução por RK4 ora considerando, ora desconsiderando a cavidade inferior em função do tempo

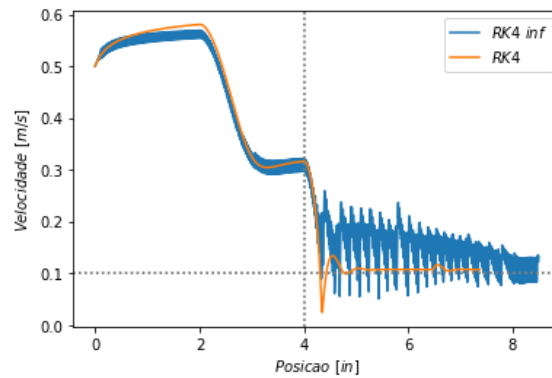


Figura 5.7: Comparação entre resolução por RK4 ora considerando, ora desconsiderando a cavidade inferior em função da posição

Ao avaliar a diferença entre os resultados pelas imagens acima, o algoritmo que desconsidera o termo da cavidade inferior é claramente mais ruidoso do que o já antes avaliado. Especificamente sobre esta formulação mais completa, podemos dividir a análise em 2 intervalos distintos, antes e depois do pistão atingir 4 polegadas de curso. Dentro dessa divisão, a primeira metade - que nos gráficos da Figura 5.6 vai até aproximadamente 0.3 segundos - é muito ruidosa na medida da aceleração, mas com valor médio das oscilações seguindo a tendência da linha em laranja. Os gráficos referentes à velocidade e posição ficam bem próximos da curva já validada, já que são resultado da integração da aceleração e, portanto, acabam tendo os ruídos observados na grandeza primitiva bastante atenuados. A pressão também acaba

demonstrando comportamento semelhante ao modelo de referência, por ser obtida a partir do deslocamento do pistão entre dois passos de tempo, como ilustrado pelo fluxograma da Figura 4.1.

Passando ao segundo intervalo, as oscilações começam a aumentar em todos os gráficos (exceto o da posição) e a se distanciar do resultado referência, a partir do auge dos efeitos da passagem do pistão pela penúltima fileira de furos (centro do furo localizado na coordenada de 4 polegadas). Este descolamento repentino pode ser explicado pelo fato já citado do equacionamento de Dinâmica do Corpo Rígido e de Mecânica dos Fluidos serem desacoplados, mas necessitarem da resposta de um, para a resolução do seguinte.

Método	Tempo médio de sim. [min]
Euler	1
Euler com câmara inf.	- (resultados divergem)
RK4	2
RK4 com câmara inf.	20

Tabela 5.2: Tempo de simulação por método

Para efeitos de simplificação e otimização do custo computacional, decidiu-se utilizar o Método RK4, desconsiderando a perda de carga na câmara inferior. Dessa maneira, torna-se viável a análise do espaço amostral de 1440 simulações, com a certeza de obter respostas confiáveis.

5.3 Filtragem de Respostas

Conhecendo as respostas tanto sobre a geração de *inputs*, quanto sobre a resolução individual de cada um desses, resta do problema proposto somente a solução dos mesmos em paralelo e, a filtragem dos resultados que atendem os critérios de cada produto alvo. A primeira parte conta com o programa descrito no fluxograma da 4.5, que usa múltiplos núcleos (*cores*) do computador para resolver diversos casos da mesma simulação em paralelo. Já a segunda trata de fazer a interpretação e seleção dos resultados dentro do código e, apresentar aqueles aceitos nessa primeira filtragem.

Caso as simulações não fossem feitas em paralelo, o tempo total para resolução das 1440 configurações, para os 4 equipamentos estudados, considerando 2 velocidades iniciais diferentes, 2 condições de carga (16 condições de carga contando com todos os módulos) e, 2 minutos por simulação resultaria em aproximadamente $46080 \text{ min} = 768 \text{ h} = 32 \text{ dias}$. Ao utilizar o programa de *multithreading* com 10 núcleos trabalhando em paralelo, este tempo se reduz a pouco mais de 3 dias no total (redução 90% em relação ao valor inicial).

Após o armazenamento dos resultados em arquivos *.json* e, a organização destes em diretórios datados, inicia-se efetivamente o processo de escolha dos parâmetros ótimos, que será descrito a seguir.

5.3.1 Filtragem geral

A primeira etapa da seleção é complexa e, se subdivide em tarefas sequenciais dependentes. Começando com a análise de uma condição de carregamento específica para cada um dos módulos estudados, o programa constroi uma nuvem de pontos (gráfico do tipo *Scatter 3D*) com os todos os resultados, posicionados nos eixos em função de algumas variáveis de interesse.

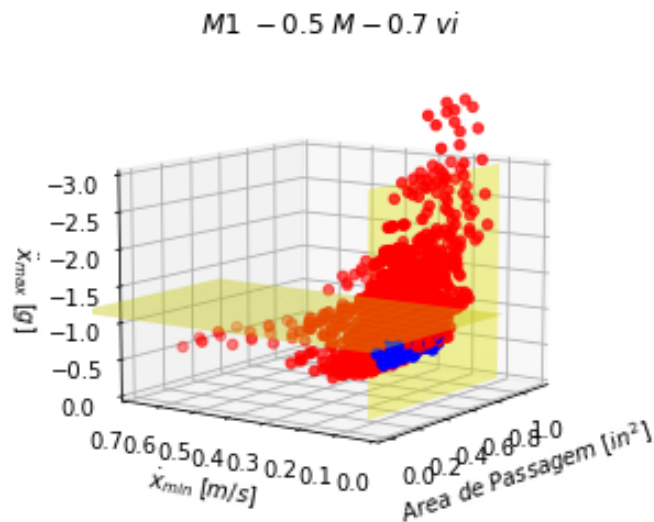


Figura 5.8: Nuvem de pontos Módulo 1 desalinhado em 1 plano e com 0.7m/s como v_i

No trabalho em questão, foram escolhidos como eixos de análise:

- Área de passagem de fluido inicial da configuração (soma das áreas dos orifícios na camisa do amortecedor) - facilidade de fabricação quanto maior for a área;
- \ddot{x}_{max} - aceleração máxima ao longo do amortecimento. Crítica pela limitação de M1, listada na Tabela 1.1;
- \dot{x}_{min} - velocidade final atingida. Critério principal da simulação de chegar à velocidade desejada.

Estes itens são os critérios de seleção do programa, que podem ter sua aplicação observada na Figura 5.8. Na nuvem de pontos, os resultados aceitos são os azuis, enquanto os vermelhos são os que descumprem pelo menos um dos critérios. Os planos em amarelo representam os limites de \ddot{x}_{max} menor do que $1.0m/s^2$ em módulo na horizontal e, \dot{x}_{min} menor do que $0.12m/s$.

Além dessas que são observáveis no gráfico, duas outras limitações foram adotadas. A primeira consiste em rejeitar casos nos quais a pressão diferencial máxima dentro da câmara superior em relação ao meio externo (P_{max}) ultrapassasse o valor de 70MPa, por questões de capacidade do sistema quando submetido à diferenciais de pressão elevados. Já a segunda visa a eliminação de qualquer opção que apresentasse inversão do sentido da velocidade do pistão, indicando que o pistão oscilaria durante a descida, trazendo incertezas para sua performance.

Ainda na análise por carregamento específico de cada módulo, o comportamento geral das opções que foram aceitas se deu pela visualização geral do gráfico da Figura 5.9, como exemplo do M1. Observando que não havia nenhuma descontinuidade ou comportamento inesperado no gráfico, foi possível assegurar que este procedimento de filtragem era robusto o suficiente para a presente aplicação. Esta etapa de verificação foi repetida para as outras 15 condições estudadas e, encontrou sucesso em todas.

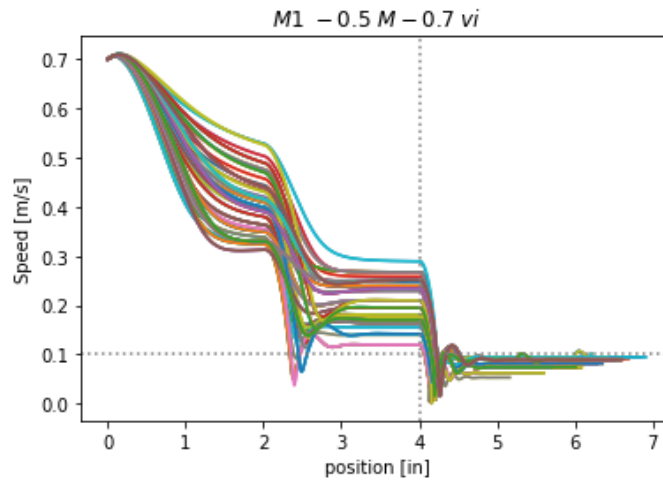


Figura 5.9: Comportamento das opções selecionadas em função da posição do pistão

Com todos esses critérios, as nuvens de pontos foram geradas para cada uma das 16 condições estudadas e, os resultados aceitos em comum entre os selecionados de cada uma, organizados em uma planilha no formato *.xlsx*. Após estes procedimentos, o número de configurações possíveis passou dos 1440 originalmente gerados, para 116 (redução do espaço amostral em mais de 90%).

Módulo	v_i [m/s]	M	Resultados aceitos
M1	0.7	0.5	116
M2			147
M3			136
M4			117

Tabela 5.3: Resultados aceitos por módulo na nuvem de pontos individual

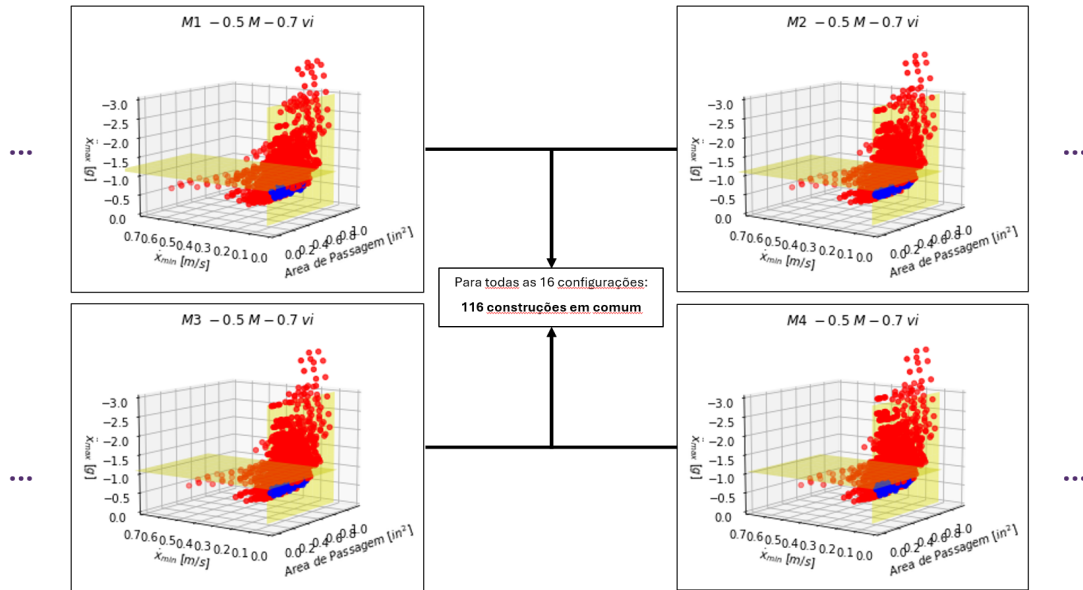


Figura 5.10: Compilado das nuvens de pontos dos 4 equipamentos com condição de carga de desalinhamento em 1 plano e $v_i = 0.7m/s$

A Tabela 5.3 mostra quantas combinações de parâmetros foram aceitas em cada módulo em uma condição de carga específica, sendo que no total são obtidas 4 tabelas similares a esta, para cobrir todas as condições de carga analisadas.

Enquanto isso, a Figura 5.10 ilustra como os resultados dessa análise individual se combinam para alcançar o menor número de opções viáveis so final desta primeira etapa de filtragem. Percebe-se que o número de configurações aceitas em comum coincide com a quantidade aceita para a carga mais crítica (linha referente ao M1 na Tabela 5.3). Isto porque além de serem aceitas pelos limites de corte dos eixos da nuvem de pontos, estas opções respeitam o critério de inversão do sentido da velocidade nos módulos 2, 3 e 4.

5.3.2 Definição de D_p

Com os dados das 116 opções restantes, iniciou-se um trabalho de análise mais refinada para escolha do *design* ótimo. Os principais parâmetros considerados nessa escolha foram mais uma vez \ddot{x}_{max} , P_{max} e, como nova variável de estudo, o diâmetro do pistão (D_p). O interesse da consideração desse novo parâmetro vem do objetivo de desenvolver o sistema mais enxuto possível, de maneira à reduzir o impacto no

peso total do equipamento.

Para visualização da influência de cada um desses, foram desenvolvidas funções para geração de gráficos de dispersão 2D como vistos abaixo, para o caso do M1 com as mesmas condições de carga usadas nos outros exemplos.

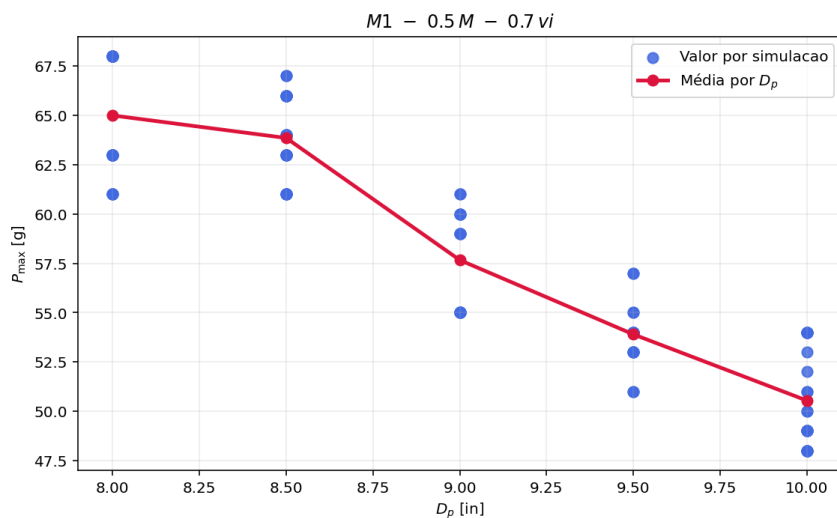


Figura 5.11: Dispersão e tendência dos resultados de pressão contra D_p

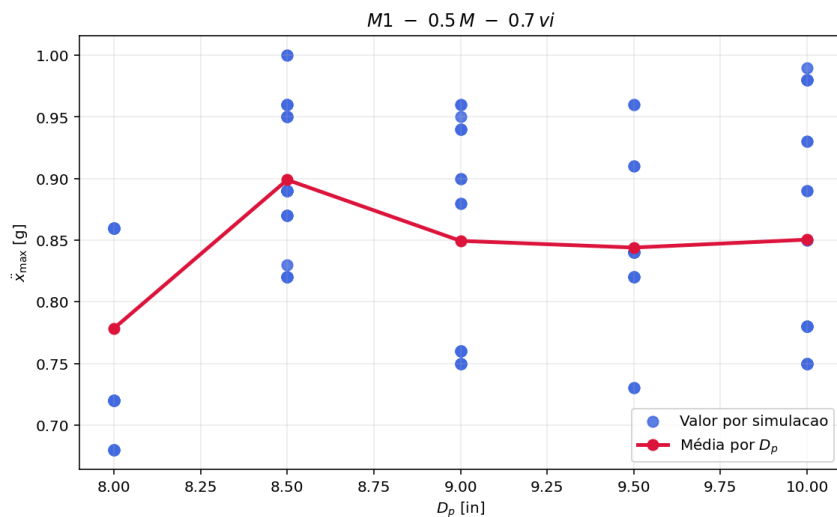


Figura 5.12: Dispersão e tendência dos resultados de aceleração contra D_p

D_p [in]	Resultados aceitos
8.00	26
8.50	28
9.00	18
9.50	20
10.00	24
TOTAL	116

Tabela 5.4: Resultados aceitos por D_p

A Figura 5.11 revela uma tendência de redução da P_{max} acompanhando o aumento do D_p . Enquanto isso, a dispersão de \ddot{x}_{max} - vista na Figura 5.12 - apesar de apresentar seu valor individual mínimo no menor diâmetro estudado, tem sua curva de tendência se mantendo em um intervalo seguro de 0.7g a 0.9g para todos os D_p s. Também é importante notar que todos os 116 resultados plausíveis estão representados na dispersão, ainda que alguns estejam sobrepostos (distribuição quantitativa em função dos diâmetros de pistão na Tabela 5.4).

A partir da análise desses dois gráficos e do balanço entre os diferentes critérios de seleção, tornou-se possível tomar a decisão sobre o diâmetro do pistão, restringindo ainda mais o campo de escolhas. Já pensando no dimensionamento de espessuras dos componentes para suportarem os picos de pressão interna ao longo do funcionamento do sistema, optou-se por D_p de 10in. Ainda que o presente trabalho não entre no detalhamento de cada item do sistema, entende-se que modelando a camisa do amortecedor como elemento de contenção de pressão, sua espessura é diretamente proporcional ao ΔP interno X externo imposto e, portanto, necessitaria de uma camisa mais espessa ao selecionar opções com P_{max} mais altos.

Dado que todas as opções atualizadas nesta etapa já cumpriam com os requisitos de \ddot{x}_{max} apresentados na Tabela 1.1 e, que a variação de sua média nos diferentes diâmetros não seguia uma tendência esclarecedora, esta variável não influenciou com peso na escolha de D_p . Com o fim deste passo, restaram 24 possíveis *designs* com $D_p = 10in$ a serem investigados.

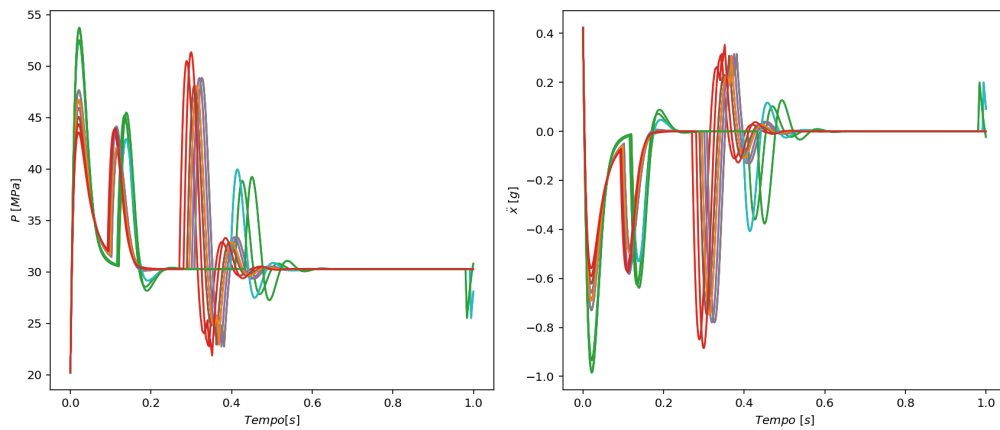


Figura 5.13: Resultados ao longo do tempo das 24 opções com $D_p = 10in$

5.3.3 Escolha Final dos Parâmetros

Como última etapa do processo de seleção minuciosamente descrito até este ponto, esta parcela do projeto foca em, a partir das 24 combinações de parâmetros selecionadas anteriormente, definir aquela que melhor atende o objetivo do equipamento. Com D_p já definido, o critério de seleção focou nas duas medidas já antes analisadas (\ddot{x}_{max} e P_{max}), mas dessa vez comparadas pela soma das áreas dos orifícios da camisa.

Este último parâmetro foi considerado pela simplificação da fabricação do sistema. Isto porque quanto maior for a área total dos furos, maiores serão as brocas usadas para performar a usinagem e, portanto, menor será tanto a influência relativa da tolerância de fabricação e a chance de quebra das brocas na escala em que estão sendo consideradas. Com isso, a decisão final sobre as opções restantes se baseou mais uma vez no estudo de gráficos de dispersão.

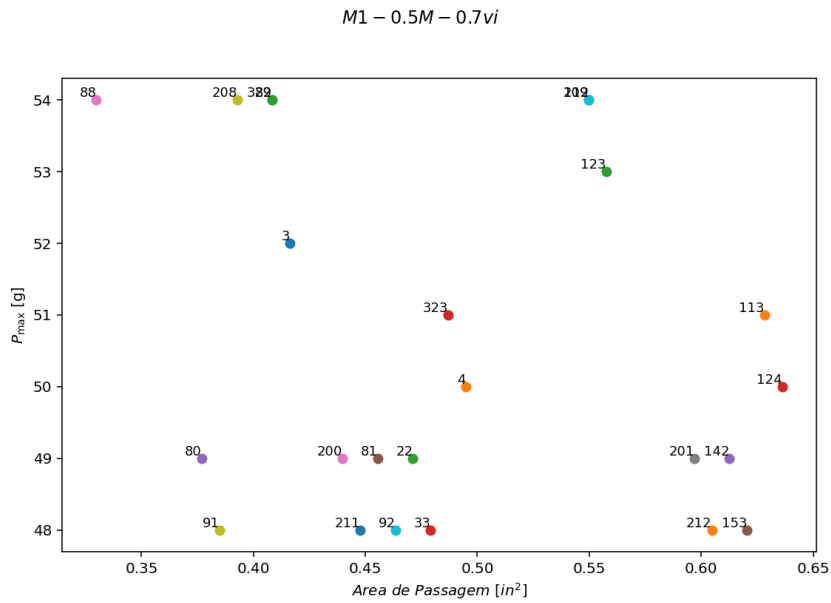


Figura 5.14: Dispersão e tendência dos resultados de pressão contra A_{holes}

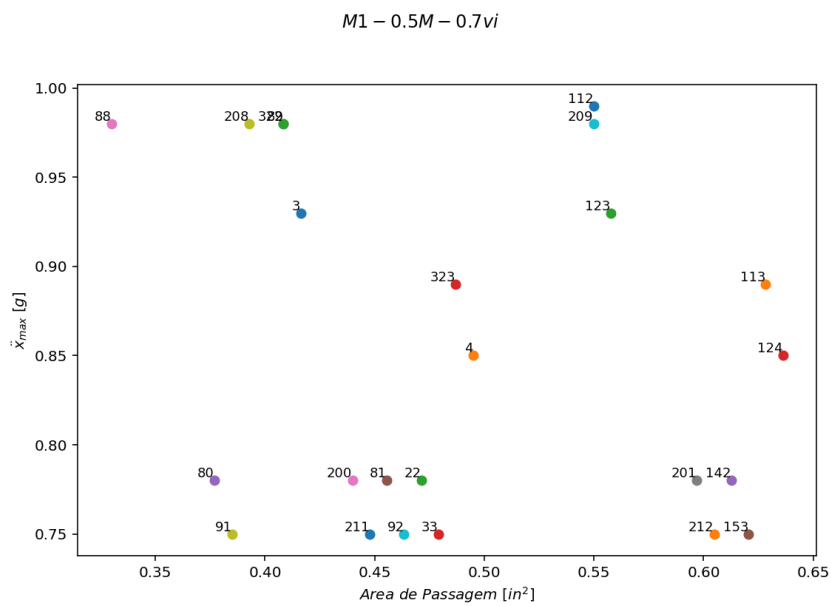


Figura 5.15: Dispersão e tendência dos resultados de aceleração contra A_{holes}

Simplificando a descrição, as Figuras 5.14 e 5.15 consistem na explosão das colunas com D_p de $10in$ das Figuras 5.11 e 5.12, respectivamente. Os índices ao lado dos pontos dos resultados identificam cada resultados, dentre as 1440 opções originais (organizadas em arquivo *.csv* de geração de inputs, como mostrado na Figura 4.5).

A escolha ótima deve ter um bom balanço entre os três critérios analisados e,

pelos gráficos acima, a que melhor se encaixa nessa ideia é a **configuração 153**. Posicionada na extremidade inferior direita de ambas Figuras 5.14 e 5.15, esta opção apresenta os menores valores de \ddot{x}_{max} e de P_{max} e uma das maiores A_{holes} dentre os resultados avaliados. Como parâmetros construtivos e resultados de simulação, esta configuração apresenta:

Parâmetro	Valores config. 153
D_d [in]	[0.30, 0.30, 0.20, 0.15]
N_{holes}	[4, 2, 4, 4]
N_{rows}	4
x_{row} [in]	[0.04, 2.00, 4.00, 11.40]
C_d	0.73 (valor médio)
D_p [in]	10.0

Tabela 5.5: Parâmetros construtivos *design* ótimo

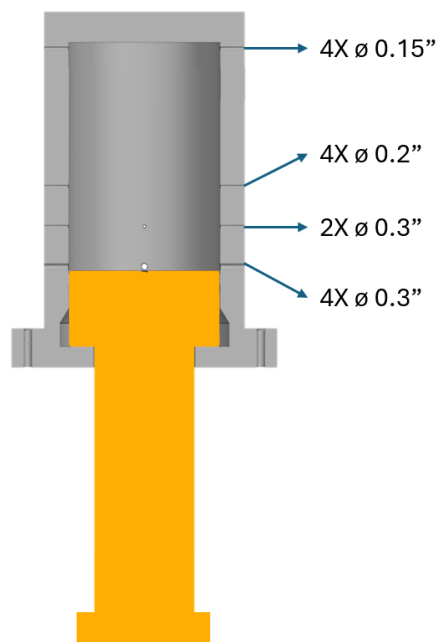


Figura 5.16: Indicação de furações em modelo 3D preliminar do amortecedor

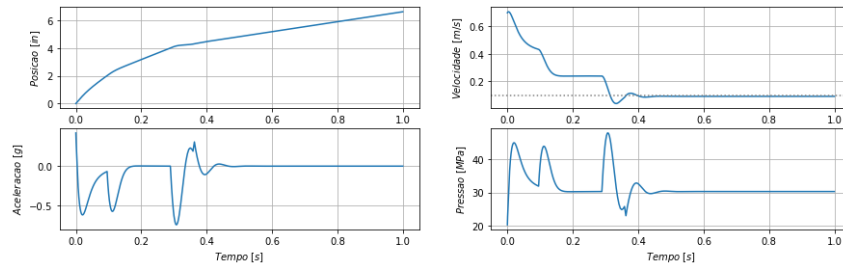


Figura 5.17: Resultados em função do tempo da configuração ótima

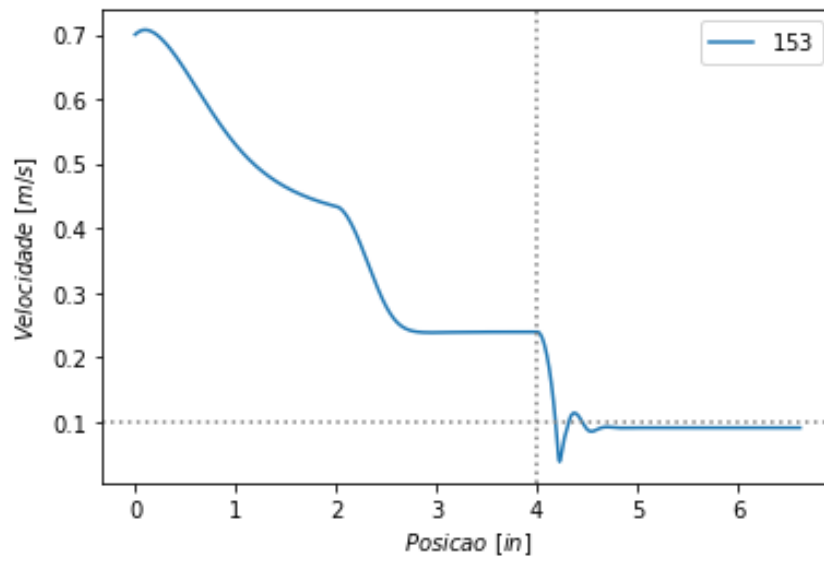


Figura 5.18: Resultados em função da posição da configuração ótima

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho foi desenvolvido visando a definição da geometria ótima de um amortecedor para módulos submarinos, com o auxílio de ferramentas computacionais no processo. Os principais desses recursos computacionais consistem em programas de integração numérica pelo MDF, em conjunto com critérios de seleção baseados em técnicas de DoE, ambos desenvolvidos na linguagem *Python*. O processo se iniciou pela simulação de *designs* individuais, seguido pela realização destas simulações para um espaço amostral de 1400 casos e, foi finalizado pelo processo de seleção da opção ótima dentre diversos critérios estabelecidos ao longo do projeto.

O primeiro passo de simular configurações individuais foi realizado para validação do modelo matemático usado e, para escolha do método de integração implementado. Esta etapa foi feita usando uma construção do amortecedor validada analiticamente, a qual tinha-se certeza de que possui um resultado convergido. Estes testes embasaram as diferentes etapas de solução do problema descritas na Formulação Matemática (Capítulo 3) e a escolha pelo uso da integração numérica por Runge-Kutta de 4ª Ordem a frente do Método de Euler de Primeira Ordem, devido à redução de ruídos e da taxa de convergência do primeiro método.

Com o modelo devidamente validado, iniciou-se efetivamente o processo de otimização, pela geração de diversas configurações a partir de um conjunto de variáveis mostradas na Tabela 5.1. Os parâmetros da tabela foram combinados de maneira fatorial - ainda que com algumas restrições de associação impostas - para gerar as 1400 construções possíveis. O início do fluxograma da Figura 4.5 mostra a lógica desta etapa do projeto de forma simplificada. A partir deste ponto, foram realizadas

as simulações para cada uma das opções armazenadas.

Partindo do compilado de todos os resultados obtidos, os critérios de seleção tanto dos equipamentos a serem instalados, quanto de simplificação da fabricação do amortecedor foram aplicados, para que configurações que não os respeitassem fossem gradualmente descartadas. Esta análise foi feita partindo de uma abordagem macro e, se tornando um estudo mais individual conforme uma quantidade de *designs* revisados diminuía. Ao final desta etapa, foi finalmente possível encontrar a opção ótima - representada visualmente na Figura 5.16.

Após a conclusão com sucesso de cada uma desses estágios, o projeto cumpriu seu objetivo inicial de definir os parâmetros construtivos ótimos de um amortecedor a ser usado em 4 equipamentos diferentes, submetidos a 4 condições iniciais distintas (2 velocidades iniciais e dois tipos de desalinhamento).

Ainda que o escopo total tenha sido atingido, diversas melhorias foram identificadas ao longo do processo. A principal dessas é a melhoria do código para convergência de todos os resultados estudados considerando a influência da câmara inferior do amortecedor. Foi observado que a inclusão dessa cavidade à simulação torna os resultados instáveis, principalmente para as grandezas primitivas quando se aproximando ao fim de curso do pistão (ver Figuras 5.6 e 5.7). Como os resultados deste modelo completo de diversas combinações de parâmetros não convergiam, optou-se por seguir com o modelo simplificado, no qual a entrada de água pela câmara inferior é considerada como totalmente livre, eliminando o termo desta cavidade, descrito no Capítulo 3. No entanto, existe o interesse de desenvolver o código de ROM

Já sobre a frente de finalização do desenvolvimento do produto em questão, ainda é necessário o desenvolvimento dos cálculos dimensionais de cada componente do pistão. Para isso, os resultados apresentados ao longo do Capítulo 5 deverão ser usados como *input* das equações de resistência dos materiais a serem aplicadas. Dessa maneira, é possível dar início ao planejamento de compra de matéria prima e, definição dos métodos de fabricação de cada item dimensionado.

Um último ponto importante para a validação do modelo matemático desenvolvido é a validação experimental, com o objetivo de comparar os resultados reais com os obtidos ao longo do trabalho atual. Esta etapa traz novas frentes de desenvolvi-

mento, desde a definição de um modelo em escala reduzida através dos adimensionais de interesse, até a definição dos métodos de medição que permitam traçar as curvas das variáveis de interesse.

Referências Bibliográficas

- [1] TECHNIPFMC: <https://www.technipfmc.com/en/media/news/2024/03/inside-hisep-how-technipfmc-is-taking-dense-gas-separation-and-storage-fully-subsea/>.
- [2] ANKER OFFSHORE: <https://www.akofsoffshore.com/services/construction-and-installation>.
- [3] D. RHEW, R., A. PARKER, P., “A Parametric Geometry Computational Fluid Dynamics (CFD) Study Utilizing Design of Experiments (DOE)”, *NASA Technical Reports Server*, 2007.
- [4] CONTE, S. D., DE BOOR, C. W., *Elementary Numerical Analysis: An Algorithmic Approach*. 3rd ed. McGraw-Hill: New York, NY, 1980.
- [5] BURDEN, R. L., FAIRES, J. D., *Numerical Analysis*. 9th ed. Brooks/Cole, Cengage Learning: Boston, 2011.
- [6] ATKINSON, K. E., *An Introduction to Numerical Analysis*. 2nd ed. Wiley: New York, 2009.
- [7] MURTHY, D., SULTHANA, M. F., BHARGAVA SRUNGARAM, S., “Numerical methods for solving nonlinear differential equations in engineering applications”, *Journal of Mathematical Problems, Equations and Statistics*, v. 6, n. 1, Part C, pp. 202–207, 2025.
- [8] BATHE, K.-J., *Finite Element Procedures*. Prentice Hall: New Jersey, 2014.
- [9] BOYD, J. P., *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*. 2nd ed. Dover Publications: Mineola, NY, 2001.

- [10] RAISSI, M., PERDIKARIS, P., KARNIADAKIS, G. E., “Physics-Informed Neural Networks: A Deep Learning Framework for Solving Forward and Inverse Problems Involving Nonlinear PDEs”, *Journal of Computational Physics*, v. 378, pp. 686–707, 2019.
- [11] LANEY, C. B., *Computational Gas Dynamics*. Cambridge University Press: Cambridge, 1998.
- [12] BRITSIN, S., RYABININ, M., SARACH, E., “Calculation of the Hydro-Pneumatic Suspension Damper”, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, v. 779, pp. 012033, 2020.
- [13] ŠKLÍBA, J., SVOBODA, R., “Development of Mathematical Model of the Hydraulic Damper”, *Engineering Mechanics*, v. 2011, pp. 1–10, 2011, 17th International Conference, Svatka, Czech Republic.
- [14] ASHRAF, A., VAHDATI, N., YAP, Y. F., “Pressure Drop and Flow Loss Approximation by Comparison between Mathematical Model and Numerical Model of a Simplified Fluid Mount”. In: *Proceedings of the 10th World Congress on Mechanical, Chemical, and Material Engineering (MCM 2024)*, pp. HTFF 135–1–HTFF 135–8, Barcelona, Spain, 2024.
- [15] RAO, S. S., *Mechanical Vibrations*. 5th ed. Pearson Education, Inc.: Upper Saddle River, NJ, 2006.
- [16] LASSILA, T., MANZONI, A., QUARTERONI, A., et al., “Model Order Reduction in Fluid Dynamics: Challenges and Perspectives”, In: *Reduced Order Methods for Modeling and Computational Reduction*, pp. 235–273, Springer, 2014.
- [17] ALI, S., BALLARIN, F., ROZZA, G., “Stabilized reduced basis methods for parametrized steady Stokes and Navier–Stokes equations”, *Computers & Mathematics with Applications*, v. 80, n. 11, pp. 2399–2416, 2020.
- [18] MIYAH, Y., MESSAOUDI, N. E., BENJELLOUN, M., et al., “MOF-derived magnetic nanocomposites for efficient removal of organic pollutants: A review”, *Materials Today Sustainability*, v. 28, pp. 100985, 2024.

- [19] ALI, S., BALLARIN, F., ROZZA, G., “An Online Stabilization Method for Parametrized Viscous Flows”, 2024.
- [20] MONTGOMERY, D., *Design and Analysis of Experiments*. 8th ed. John Wiley Sons, Inc., 2013.
- [21] KOCABIÇAK, Z. K., AÇAR, Z., “Optimal hydraulic engine mount parameters using design of experiment (DoE) and response surface methodology”, *De Gruyter Brill*, 2025.
- [22] WHITE, F. M., XUE, H., *Fluid Mechanics*. Ninth ed. McGraw-Hill: New York, 2021.
- [23] PRITCHARD, P. J., MITCHELL, J. W., *Fox and McDonald’s Introduction to Fluid Mechanics*. Ninth ed. Wiley: Hoboken, NJ, 2015.
- [24] FERZIGER, J. H., PERIĆ, M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd ed. Springer: Berlin, 2002.
- [25] WILCOX, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd ed. DCW Industries: La Cañada, CA, 2006.
- [26] VERSTEEG, H. K., MALALASEKERA, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 2nd ed. Pearson Education: Harlow, Essex, 2007.
- [27] ANDERSON, J. D., *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. International ed. McGraw-Hill: New York, 1995.
- [28] TENNEKES, H., LUMLEY, J. L., *A First Course in Turbulence*. 1st ed. MIT Press: Cambridge, MA, 1972.
- [29] SCHLICHTING, H., GERSTEN, K., *Boundary-Layer Theory*. Ninth ed. Springer: Berlin, 2017.
- [30] PATANKAR, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. 1st ed. Hemisphere Publishing / CRC Press: Washington, DC, 1980.

- [31] POPE, S. B., *Turbulent Flows*. 1st ed. Cambridge University Press: Cambridge, 2000.
- [32] ROZZA, G., STABILE, G., BALLARIN, F., *Advanced Reduced Order Methods and Applications in Computational Fluid Dynamics*. SIAM, 2022.
- [33] HEMMASSIAN, A., OTHERS, “Deep Learning for Reduced Order Modeling of Fluid Flows”, *Journal of Computational Physics*, 2023, Preprint available on arXiv:2107.04556.
- [34] FRESCA, S., MANZONI, A., “POD-DL-ROM: enhancing deep learning-based reduced order models for nonlinear parametrized PDEs by proper orthogonal decomposition”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 373, pp. 114181, 2021.