

Universidade Federal do Rio de Janeiro



E SE O TRÁFEGO DA PONTE FOSSE UM
FLUIDO ?
MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE UMA VIA USANDO O
MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

Davi Carvalho Lopes de Souza

2025

**E SE O TRÁFEGO DA PONTE FOSSE UM FLUIDO ?
MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE UMA VIA USANDO O
MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS**

Davi Carvalho Lopes de Souza

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Gustavo Rabello dos Anjos

Rio de Janeiro
Março de 2025

E SE O TRÁFEGO DA PONTE FOSSE UM FLUIDO ?
MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE UMA VIA USANDO O
MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

Davi Carvalho Lopes de Souza

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO

Examinada por:

Prof. Gustavo Rabello dos Anjos, Ph.D.

Prof. Daniel Onofre de Almeida Cruz, D.Sc.

Prof. Fernando Pereira Duda, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2025

Carvalho Lopes de Souza, Davi

E se o Tráfego da Ponte Fosse um Fluido ?
Modelagem Hidrodinâmica de uma Via Usando o
Método de Diferenças Finitas/Davi Carvalho Lopes
de Souza. – Rio de Janeiro: UFRJ/POLI, 2025.

XV, 70 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Gustavo Rabello dos Anjos

Projeto de Graduação (engenharia) – UFRJ/POLI/Curso de
Engenharia Mecânica, 2025.

Referências Bibliográficas: p. 69 – 70.

1. Método das Diferenças Finitas. 2. Tráfego. 3.
Escoamentos Compressíveis. 4. Simulação. I. Rabello dos
Anjos, Gustavo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro,
POLI, Curso de Engenharia Mecânica. III. Título.

Dedico essa dissertação a Deus, a minha família e a todos aqueles que passaram pela minha vida nesta jornada, meu muito obrigado a todos !

Agradeço a Deus pela minha jornada acadêmica até aqui, agradeço a minha família, em especial meus pais por terem me dado o suporte necessário nesse percurso, agradeço a minha muito incrível irmã Clarissa pelos momentos que vivemos durante a graduação, e aos meus demais irmãos, Biel e Lulu por serem muito fofos, gràcies a tots mes amics que he fet a Terrasa, agradeço aos meus colegas no SIMDUT que me mostraram a vivência da engenharia, agradeço aos meus professores que me guiaram nessa jornada acadêmica, em especial ao professor Gustavo Rabello que aceitou essa leve loucura de TCC, e agradeço a todos aqueles que passaram pela minha vida antes e durante a graduação (perdão aos que ainda não conheci, seria difícil de incluí-los nos agradecimentos).

Resumo da Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica da UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

E se o Tráfego da Ponte Fosse um Fluido ?

Modelagem Hidrodinâmica de uma Via Usando o Método de Diferenças Finitas

Davi Carvalho Lopes de Souza

Março/2025

Orientador: Gustavo Rabello dos Anjos

Curso: Engenharia Mecânica

Este trabalho apresenta a modelagem do tráfego em uma via pública utilizando o método de MacCormack, um método explícito amplamente aplicado em simulações de escoamentos e análises de fluidos compressíveis devido à sua simplicidade e à sua precisão. Neste estudo, o método é adaptado para capturar o comportamento dinâmico dos veículos, permitindo uma representação das variações de densidade e velocidade ao longo do tempo e da extensão da via, além de possíveis melhorias que . Os resultados encontrados foram satisfatórios, com tempos de travessia próximos ao observado por dados oficiais, com as alterações sugeridas melhorando o fluxo da via.

Palavras-chave: Método das Diferenças Finitas, Tráfego, Escoamentos Compressíveis, Simulação.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Davi Carvalho Lopes de Souza

March/2025

Advisor: Gustavo Rabello dos Anjos

Course: Mechanical Engineering

This work presents the traffic modeling on a public road using the MacCormack method, an explicit method widely applied in flow simulations and compressible fluid analyses due to its simplicity and accuracy. In this study, the method is adapted to capture the dynamic behavior of vehicles, providing a detailed representation of density and speed variations over time and along the road length. The results were satisfactory, with crossing times close to those observed in official data, and the suggested modifications improving the road flow.

Keywords: Mac Cormack Method, Traffic , Compressible Flows, Simulation .

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Símbolos	xiv
1 Introdução	1
1.1 Objetivo Geral	1
1.2 História	1
1.3 O Problema	3
1.4 Estrutura do Trabalho	4
2 Fundamentação Teórica	5
2.1 Variáveis do Tráfego	5
2.1.1 Velocidade	5
2.1.2 Concentração	6
2.1.3 Vazão	6
2.2 Modelos Hidrodinâmicos	7
2.2.1 Equação da Continuidade	7
2.2.2 Modelos baseados em Diferenças Finitas	8
2.3 Ondas no Tráfego	9
2.3.1 Ondas Cinemáticas	9
2.3.2 Ondas de Choque no Tráfego	9
2.4 Relações Velocidade - Densidade	10
2.4.1 Modelo de Greenshields	11
2.4.2 Modelo de Greenberg	12
2.4.3 Modelo de Underwood	12
2.4.4 Modelo de Velocidade Ótima	13
3 Metodologia	15
3.1 Diferenças Finitas	15
3.1.1 Método das Diferenças Centradas	16
3.1.2 Método de Godunov	16
3.1.3 Método de MacCormack	16

3.1.4	Viscosidade Numérica de Lapidus	17
3.2	Resolução das Equações	17
3.2.1	Resolução da Equação de Transporte	18
3.2.2	Resolução da Equação de Burgers	19
3.2.3	Resolução da Equação de Trânsito	19
4	Avaliação dos Resultados	20
4.1	Equação de transporte	20
4.1.1	Diferenças Centradas	20
4.1.2	Godunov	21
4.1.3	MacCormack	21
4.2	Equação de Burgers	23
4.2.1	Diferenças Centradas	23
4.2.2	Godunov	23
4.2.3	MacCormack	24
4.3	Equação de Tráfego	26
4.3.1	Diferenças Centradas	27
4.3.2	Godunov	28
4.3.3	MacCormack	29
4.4	Validação	30
5	Aplicação no modelo	32
5.1	Parâmetros utilizados	32
5.1.1	Relação Concentração - Velocidade	32
5.1.2	Modelo da Ponte	33
5.2	Testes iniciais	34
5.2.1	Densidade de entrada constante	34
5.2.2	Variação da Densidade de Entrada	45
5.2.3	Ocorrência de Acidentes	51
5.3	Cenários Hipotéticos	57
5.3.1	Implementação do Free-Flow	57
5.3.2	Mudanças na Velocidade Máxima	60
6	Conclusões	68
	Referências Bibliográficas	69

Lista de Figuras

1.1	Projeto da ponte Rio-Niterói datado de 1935. Fonte: Arquivo Nacional . . .	2
1.2	Fotografia aérea atual da ponte. Fonte: EcoRodovias	3
2.1	Ilustração da onda de densidade se propagando. Adaptado de (PIPES, 1964)	10
2.2	Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Greenshields.	11
2.3	Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Greenberg.	12
2.4	Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Underwood.	13
2.5	Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Velocidade Ótima.	14
3.1	Perfil senoidal da onda	18
3.2	Perfil degrau da onda	18
4.1	Propagação do perfil senoidal para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Diferenças Centradas	20
4.2	Propagação do perfil degrau para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Diferenças Centradas	21
4.3	Propagação do perfil senoidal para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus	21
4.4	Propagação do perfil degrau para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus	22
4.5	Propagação do perfil senoidal para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2	22
4.6	Propagação do perfil degrau para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2	23
4.7	Propagação do perfil senoidal para a resolução numérica da equação de Burguers usando o Método de Godunov	23
4.8	Propagação do perfil degrau para a resolução numérica da equação de Burguers usando o Método de Godunov	24

4.9	Propagação do perfil senoidal para a resolução numérica da equação de Burguers usando o Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus	24
4.10	Propagação do perfil degrau no Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus	25
4.11	Propagação do perfil senoidal no Método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2	25
4.12	Propagação do perfil degrau para a resolução numérica da equação de Burguers usando o método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2	26
4.13	Resultado do método de Diferenças Centradas em 30 minutos	27
4.14	Resultado do método de Godunov em 30 minutos	28
4.15	Resultado do método de MacCormack sem viscosidade de Lapidus em 30 minutos	29
4.16	Resultado do método de MacCormack com viscosidade de Lapidus = 0.2 em 30 minutos	30
4.17	Validação da viscosidade com dado do Google Maps em comparação com o modelo utilizado com viscosidade de Lapidus = 0.2	31
5.1	Relação Concentração - Velocidade utilizado (modelo de velocidade ótima)	33
5.2	Modelo da Via	34
5.3	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 50 veículos/km.	35
5.4	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 50 veículos/km.	35
5.5	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 75 veículos/km.	36
5.6	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 75 veículos/km.	37
5.7	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 100 veículos/km.	38
5.8	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 100 veículos/km.	38
5.9	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 120 veículos/km.	39
5.10	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 120 veículos/km.	39
5.11	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 150 veículos/km.	40

5.12	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 150 veículos/km.	41
5.13	Variação do tempo de Travessia e Vazão no sentido Rio para Densidade de Entrada Constante de 50 veículos/km	42
5.14	Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio para Densidade Constante de Entrada de 75 veículos/km	42
5.15	Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio com Densidade de Entrada Constante de 100 veículos/km	43
5.16	Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio Densidade de Entrada Constante de 120 veículos/km	44
5.17	Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Niterói com Densidade de Entrada Constante de 120 veículos/km	44
5.18	Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio com Densidade de Entrada Constante de 150 veículos/km	44
5.19	Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Niterói com Densidade de Entrada de Constante de 150 veículos/km	45
5.20	Perfil 1 de Variação da Densidade de Entrada	46
5.21	Perfil 2 de Variação da Densidade de Entrada	47
5.22	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com Variação da densidade de entrada conforme Perfil 1	48
5.23	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com Variação na densidade de entrada conforme Perfil 2	49
5.24	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com variação da densidade de entrada conforme Perfil 1	50
5.25	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com variação da densidade de entrada conforme Perfil 2	51
5.26	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com acidente no 10 km bloqueando 1 pista	52
5.27	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com acidente no 10 km bloqueando 1 pista	54
5.28	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com acidente no 10 km bloqueando 2 pistas	55
5.29	Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com acidente no 10 km bloqueando 2 pistas	56
5.30	Modelo da Ponte Sentido Niterói com o Sistema <i>Free Flow</i>	58
5.31	Variação da Velocidade ao longo do tempo com o sistema <i>free flow</i>	59
5.32	Variação do Tempo de Travessia ao longo do Tempo	59
5.33	Variação do Fluxo de Saída ao longo do Tempo	60

5.34	Gráfico Concentração-Velocidade e Concentração-Vazão para distintas velocidades máximas	61
5.35	Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 60km/h	62
5.36	Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 60km/h	63
5.37	Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 100km/h	64
5.38	Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 100km/h	65
5.39	Variação do tempo de travessia ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 60km/h	65
5.40	Variação do tempo de travessia ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 80km/h	66
5.41	Variação do tempo de travessia ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 100km/h	66
5.42	Variação da vazão de saída ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 60km/h	66
5.43	Variação da vazão de saída ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 80km/h	67
5.44	Variação da vazão de saída ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 100km/h	67

Lista de Símbolos

Variáveis

k	Densidade ou Concentração
k_j	Densidade no Congestionamento
k_m	Densidade na Vazão Máxima
q	Vazão
u_f	Velocidade no Fluxo Livre
u_m	Velocidade no Congestionamento
v	Velocidade

1 Introdução

O estudo de sistemas de tráfego é objeto de interesse desde a criação das primeiras vias de trânsito, sendo essencial para um adequado planejamento urbano, sobretudo nas sociedades modernas, em que o transporte por carros é amplamente realizado. Somente no Brasil são cerca de 60 milhões de carros, de acordo com a Secretaria Nacional de Trânsito.

A análise desses sistemas pode ser dividida em dois tipos fundamentais: macroscópica e microscópica. A análise microscópica leva em consideração as características específicas dos veículos, considerando o tempo de reação dos motoristas, obtendo como resultado um modelo mais próximo da realidade, porém mais difícil de validar, sendo os principais modelos o *car-following model* e o *lane changing model*.

Já a análise macroscópica, essa análise é uma abstração matemática em que é discretizado um espaço e, em cada região, são considerados densidade, velocidade e fluxo de veículos. Esse modelo apresenta menor precisão local, possuindo resultados mais analíticos, porém é suficiente e aplicado na análise de rodovias.

Uma das possíveis abordagens macroscópicas é a modelagem hidrodinâmica. Nela, o tráfego, por envolver fluxos, concentrações e velocidades, é tratado naturalmente como um fluido. Tal fluido, por sua vez, pode ser considerado compressível, visto que variações na sua densidade (distância entre os veículos) acarretam uma variação da velocidade e, conseqüentemente, sua vazão.

1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é elaborar um modelo de uma via baseado na ponte Rio-Niterói, de maneira que seja possível estudar os impactos de variações de fluxos de veículos, acidentes, obras na via e alterações na ponte, como mudanças na velocidade e a implementação do free-flow.

1.2 História

Inaugurada em 4 de março de 1974, a Ponte Presidente Costa e Silva, mais popularmente conhecida como Ponte Rio-Niterói, é uma das maiores obras de engenharia da

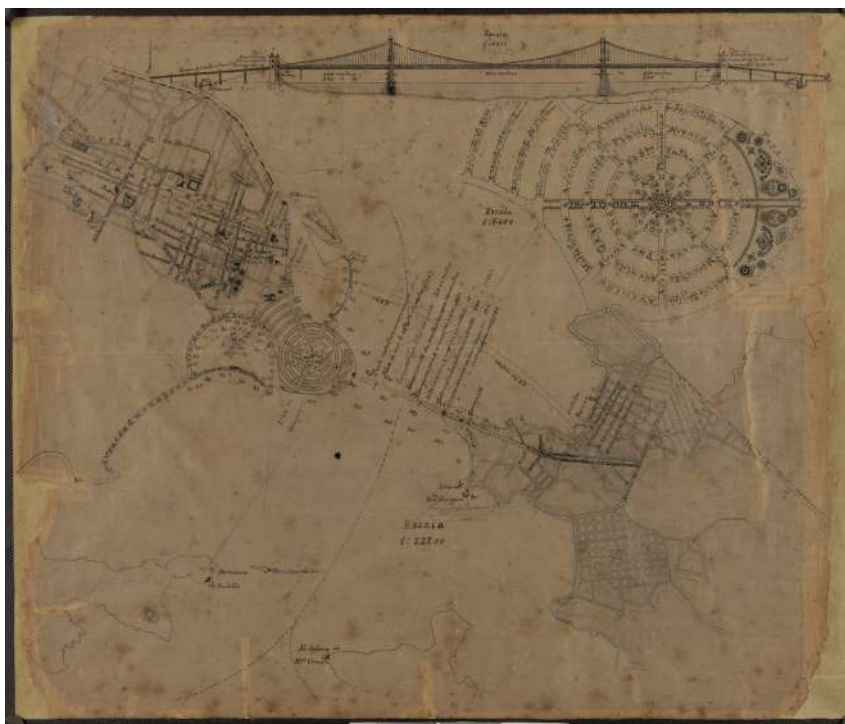


Figura 1.1: Projeto da ponte Rio-Niterói datado de 1935. Fonte: Arquivo Nacional

América Latina. Sua construção atendeu a um antigo desejo de conexão direta entre as cidades do Rio de Janeiro, então capital federal, e Niterói, capital do estado do Rio de Janeiro até 1975. Antes da ponte, a travessia entre as duas cidades era feita por um longo trajeto rodoviário via Magé ou por balsas, o que limitava o fluxo de pessoas e mercadorias entre os dois municípios (CRUZ, 2022).

A construção da ponte foi iniciada durante a ditadura civil-militar, no governo de Artur da Costa e Silva, em 1969. No ano anterior, em 1968, uma cerimônia simbólica marcou o lançamento do projeto, contando com a presença da Rainha Elizabeth II do Reino Unido.

Com uma extensão total de 13,29 km, sendo 8,83 km sobre a Baía de Guanabara, a Ponte Rio-Niterói foi, à época, a segunda maior ponte do mundo, atrás apenas da Ponte do Lago Pontchartrain, nos Estados Unidos. Sua estrutura é composta por centenas de pilares de concreto armado, com trechos suspensos e um vão central elevado a 72 metros de altura para permitir a passagem de grandes embarcações.

Desde sua inauguração, a ponte tem sido fundamental para a mobilidade urbana e o desenvolvimento econômico da Região Metropolitana do Rio de Janeiro. Ao longo das décadas, passou por diversas reformas e ampliações para melhor atender ao crescente volume de tráfego, contando hoje com 4 vias de rolamento em cada sentido na maior parte de sua extensão.



Figura 1.2: Fotografia aérea atual da ponte. Fonte: EcoRodovias

1.3 O Problema

Este documento tem como objetivo resolver a seguinte problemática: modelar o fluxo de tráfego na Ponte Rio-Niterói utilizando a equação de continuidade.

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \quad (1.1)$$

A modelagem será realizada através da discretização espacial, representando a ponte de acordo com o comprimento desenvolvido e o número de pistas, variando apenas a densidade de entrada. Dessa forma, busca-se analisar o comportamento do tráfego ao longo de toda a via e compreender como variações na densidade inicial influenciam a dinâmica do sistema.

Para a implementação do modelo, será utilizado o método numérico de MacCormack, um esquema de diferenças finitas amplamente empregado na simulação de fluxos compressíveis e incompressíveis. Esse método é conhecido por sua simplicidade e precisão na resolução de equações hiperbólicas, como a equação de continuidade adotada neste estudo.

A discretização do comprimento desenvolvido foi definida com passos de 20 metros, padrão utilizado em demais estudos (GEROULGH; HUBER, 1975). Já a discretização temporal obedece à condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), sendo calculada como: $dt = CFL \frac{dx}{v_{máx}}$. Para garantir a estabilidade do modelo numérico e evitar oscilações não físicas, foi adotado um valor de CFL igual a 0.9, assegurando que as informações se propaguem corretamente dentro da malha computacional.

Além da análise do tráfego em regime estacionário, este estudo também explora cenários dinâmicos, como variações sazonais na densidade de veículos, efeitos de acidentes ao longo da ponte e impactos de diferentes políticas de tráfego.

1.4 Estrutura do Trabalho

Esse trabalho será dividido em: fundamentação teórica, onde será descrito o modelo hidrodinâmico e suas particularidades; metodologia, que abordará os métodos de diferenças finitas; avaliação dos resultados, na qual será discutido o método mais adequado e sua validação com cenários reais; e aplicação do modelo, em que serão analisados cenários distintos, tanto baseados na realidade quanto mudanças hipotéticas na via.

2 Fundamentação Teórica

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o estado da arte e a definição dos conceitos e dos aspectos necessários para a compreensão do trabalho. Em particular, serão abordados os principais modelos de dinâmica do tráfego, com ênfase nas variáveis fundamentais e nas metodologias empregadas para a modelagem e a análise do escoamento veicular.

2.1 Variáveis do Tráfego

A mecânica dos fluidos possui diversas variáveis, como velocidade, densidade, viscosidade, pressão e temperatura. Dependendo das características do fluido e do estudo a ser realizado, algumas variáveis são mais relevantes e apresentam maior variação que outras. O objetivo desta seção é apresentar as principais variáveis envolvidas no estudo do tráfego e como elas se relacionam entre si.

2.1.1 Velocidade

A velocidade é uma das variáveis mais importantes, sendo também a mais intuitiva e facilmente percebida pelos motoristas, visto que todo veículo possui um velocímetro. É uma das principais variáveis no estudo de fluidos em geral e, diferentemente de outros contextos em que se utiliza a unidade m/s , no trânsito a velocidade será expressa em km/h , que é a unidade usual. (GEROULGH; HUBER, 1975)

Existem duas formas principais de medir a velocidade no tráfego: a *Spot Speed* (velocidade média temporal) e a *Space Mean Speed* (velocidade média espacial).

Spot Speed (Velocidade Média Temporal)

A *Spot Speed*, ou velocidade média temporal, é a forma mais comum de medir a velocidade ao longo do tempo em um ponto fixo. Ela é dada pela média aritmética das velocidades de cada veículo em uma determinada localização.

A fórmula para calcular a velocidade média temporal ($v_{\text{media, tempo}}$) é:

$$v_{\text{media, tempo}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \quad (2.1)$$

onde v_i é a velocidade do i -ésimo veículo e N é o número total de veículos medidos.

Space Mean Speed (Velocidade Média Espacial)

A *Space Mean Speed*, ou velocidade média espacial, é calculada com base no tempo médio de viagem de um grupo de veículos distintos percorrendo uma certa distância. Neste caso, utilizamos a média harmônica das velocidades dos veículos em uma dada região.

A fórmula para calcular a velocidade média espacial ($v_{\text{media, espaço}}$) é:

$$v_{\text{media, espaço}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{v_i}} \quad (2.2)$$

onde v_i é a velocidade do i -ésimo veículo e n é o número total de veículos que percorrem a distância em questão.

2.1.2 Concentração

A concentração é definida como a quantidade de veículos em uma dada distância, utilizando como unidade veículos por quilômetro veh/km

$$k = \frac{N}{l} \quad (2.3)$$

em que l é o comprimento e N é o número total de veículos neste comprimento.

Outra maneira de determinar a concentração é pela distância entre dois veículos.

2.1.3 Vazão

Assim como quando trabalhando com outros fluidos, no caso de veículos a vazão é a quantidade de material que atravessa certa seção em um dado tempo, nesse caso temos a quantidade de veículos por hora veh/km . Podendo ser definida como:

$$Q = \frac{N}{T} \quad (2.4)$$

em que T é o tempo e N é o número total de veículos. A vazão também pode ser definida a partir de uma relação fundamental para entender o fenômeno do tráfego, que relaciona

velocidade, densidade e vazão, sendo:

$$q = k \cdot v \quad (2.5)$$

Essa relação é essencial para entender o fenômeno do tráfego e será amplamente utilizada ao longo deste estudo.

2.2 Modelos Hidrodinâmicos

Existem diversas formas de se modelar o comportamento do tráfego, e costumam se dividir em duas grandes abordagens: a microscópica e a macroscópica. A primeira trata do trânsito do ponto de um ponto de vista de veículos individuais, como o Car Following Model. A abordagem macroscópica, por sua vez, trata do tráfego como uma massa de veículos aproximadamente uniforme. Ambas as abordagens são equivalentes e consistentes entre si (DAGANZO, 1994).

Este estudo será utilizada a abordagem hidrodinâmica, considerada mais eficiente para o caso de rodovias e estradas, principalmente quando não há entradas ou saídas de veículos ao longo da via. (GEROULGH; HUBER, 1975)

A modelagem hidrodinâmica do tráfego segue uma abordagem semelhante à dos fluidos, baseando-se na conservação de massa e na relação entre as variáveis fundamentais do tráfego. Essa abordagem permite a formulação de equações diferenciais que descrevem a evolução do fluxo veicular ao longo do tempo e do espaço, permitindo o estudo de padrões de tráfego sob diferentes condições. (LIGHTHILL; WHITHAM, 1955)

Os modelos hidrodinâmicos do tráfego derivam das equações de conservação, sendo sua formulação primária baseada na equação da continuidade:

2.2.1 Equação da Continuidade

Vamos supor uma via de mão única com comprimento Δx . Nas suas extremidades, temos o ponto 1 e o ponto 2, que representam, respectivamente, a entrada e a saída da via. Suponha que N_i seja o número de veículos passando pela estação i durante um intervalo de tempo Δt . Se $N_1 > N_2$, isso indica a formação de um engarrafamento.

A variação no número de veículos ao longo do tempo pode ser expressa como $N_2 - N_1 = \Delta N$, assim ΔN é negativa com o acúmulo de carros na via, e, portanto, temos as seguintes relações:

$$\frac{N_1}{\Delta t} = q_1, \quad (2.6)$$

$$\frac{N_2}{\Delta t} = q_2, \quad (2.7)$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \Delta q \quad (2.8)$$

onde q_1 e q_2 são as taxas de fluxo de veículos nos pontos 1 e 2, respectivamente, e Δq é a variação do fluxo ao longo da via.

Temos que o acúmulo de veículos ao longo da via pode ser expressado como:

$$\Delta k = \frac{-(N_2 - N_1)}{\Delta x} \quad (2.9)$$

simplificando e considerando a conservação dos veículos, temos que:

$$(\Delta k)(\Delta x) = -\Delta N \quad (2.10)$$

$$(\Delta k)(\Delta x) = -(\Delta q)(\Delta t) \quad (2.11)$$

reorganizando, temos que:

$$\frac{\Delta q}{\Delta x} + \frac{\Delta k}{\Delta t} = 0 \quad (2.12)$$

considerando os incrementos como infinitesimais, temos:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

Esse processo permite a formulação do tráfego como um sistema contínuo, em contraste com sua representação discreta tradicional. Dessa forma, o escoamento veicular pode ser descrito por meio de equações dinâmicas análogas às de um fluido compressível, capturando variações de densidade e velocidade ao longo do tempo e do espaço. Essa abordagem possibilita uma análise mais abrangente dos fenômenos de propagação de ondas de congestionamento, dissipação de filas e resposta a perturbações no fluxo viário.

2.2.2 Modelos baseados em Diferenças Finitas

(DAGANZO, 1995) propôs um modelo baseado em diferenças finitas para aproximar soluções das equações diferenciais de tráfego. O modelo de transmissão celular (CTM) discretiza a via em células e descreve o fluxo de veículos entre essas células, garantindo que as condições de conservação de massa sejam respeitadas.

A abordagem de diferenças finitas evita problemas comuns nos modelos puramente contínuos, como oscilações numéricas e instabilidades. Além disso, a representação discreta facilita a implementação computacional e a simulação de redes de tráfego complexas. É fundamental destacar que a discretização é um método numérico para a resolução das equações diferenciais do sistema, sem alterar sua natureza contínua.

2.3 Ondas no Tráfego

Quando pensamos em ondas em fluidos é comum pensar em ondas, como as ondas do mar, uma gota caindo em uma poça estática e propagando a onda. Fenômenos semelhantes também ocorrem no tráfego, e foram demonstrados por (LIGHTHILL; WHITHAM, 1955) como será descrito a seguir.

2.3.1 Ondas Cinemáticas

O conceito de ondas cinemáticas, onde pequenas perturbações na densidade dos veículos propagam-se ao longo da via com uma velocidade definida pela derivada da relação entre fluxo e densidade:

$$c = \frac{dq}{dk} \quad (2.14)$$

Esse modelo prevê que, em tráfego livre, perturbações se propagam no sentido do fluxo (ondas de aceleração), enquanto em tráfego congestionado, as perturbações se propagam no sentido oposto (ondas de desaceleração (PIPES, 1968) . A velocidade de propagação das ondas é crucial para entender como congestionamentos se formam e dissipam ao longo do tempo (GRACE; POTTS, 1964) . .

2.3.2 Ondas de Choque no Tráfego

Quando ocorrem mudanças bruscas na densidade do tráfego, como no caso de um acidente ou uma redução repentina no número de faixas, forma-se uma onda de choque, gerando um acúmulo de veículos . Essas ondas são caracterizadas por uma transição abrupta entre dois estados de densidade, sendo descritas pela equação de Rankine-Hugoniot:

$$s = \frac{q_2 - q_1}{k_2 - k_1} \quad (2.15)$$

onde s é a velocidade da onda de choque e os índices 1 e 2 representam os estados antes e depois da transição. As ondas de choque serão tratadas aqui como a propagação da mudança da velocidade ou concentração, mais à frente será demonstrado que a velocidade é uma função da concentração (ANDREWS, 1973). Vamos considerar duas regiões A e B, antes e depois do choque, respectivamente, e a velocidade da onda sendo u_w , podemos considerar, pela conservação de massa, que:

$$(u_A - u_w)k_A = (u_B - u_w)k_B$$

Rearrmando, temos:

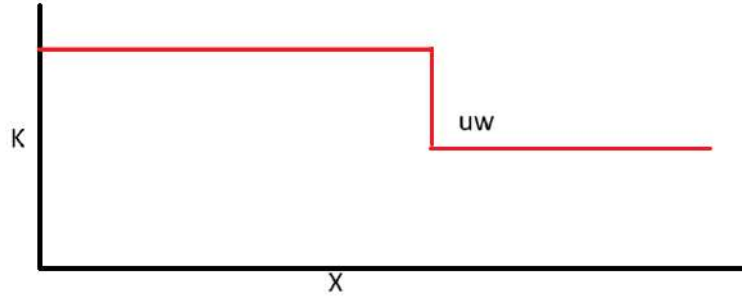


Figura 2.1: Ilustração da onda de densidade se propagando. Adaptado de (PIPES, 1964)

$$u_B k_B - u_A k_A = u_w (k_B - k_A), \quad (2.16)$$

$$q_A = u_A k_A, \quad (2.17)$$

$$q_B = u_B k_B, \quad (2.18)$$

$$u_w = \frac{q_B - q_A}{k_B - k_A}, \quad (2.19)$$

$$(2.20)$$

$$u_w = \frac{\Delta q}{\Delta k} = \frac{dq}{dk} \quad (2.21)$$

Essa velocidade u_w é positiva no caso do fluxo estar aumentando no sentido da via e negativa caso ocorra um engarrafamento e haja um acúmulo de veículos na via. O modelo de (BONZANI, 2000) sugere que motoristas percebem densidades fictícias que influenciam seu comportamento de aceleração e desaceleração. Esse efeito pode ser modelado adicionando um termo de relaxação às equações diferenciais, levando a uma melhor previsão da formação e dissipação de congestionamentos.

2.4 Relações Velocidade - Densidade

Uma das grandes questões envolvidas nesta modelagem é entender como os veículos se comportam em uma via. Idealmente, poderia-se imaginar que os veículos mantêm a mesma distância entre si, a mesma velocidade e fazem apenas pequenos ajustes quando necessário. No entanto, análises experimentais mostram que isso não ocorre. Como os veículos são controlados por pessoas, seu comportamento varia dependendo da quantidade de veículos presentes na via, conforme descrito na literatura. Além disso, em

cenários mais complexos, é necessário considerar uma abordagem com múltiplas vias, onde interações como trocas de faixa e variações de fluxo entre faixas afetam significativamente a dinâmica do tráfego (DAGANZO, 2002), (DAGANZO; LAVAL, 2004). Existem diversos modelos para descrever esse comportamento, e aqui serão pontuados alguns, incluindo o escolhido para este estudo.

Serão adotadas as seguintes definições:

Velocidade de fluxo livre (u_f): velocidade do veículo quando não há outros veículos na via. Para este estudo, será adotada a velocidade máxima permitida da via.

Velocidade de fluxo máximo (u_m): velocidade do veículo no ponto de fluxo máximo.

Concentração de engarrafamento (k_j): concentração de veículos em que a velocidade é zero, ou seja, quando os veículos estão parados.

Concentração de fluxo máximo (k_m): concentração de veículos no ponto de fluxo máximo.

2.4.1 Modelo de Greenshields

Uma das primeiras propostas para modelar a relação entre velocidade e concentração foi a de uma relação linear. Esse é um modelo simples, muito utilizado inicialmente, mas apresenta limitações consideráveis.

$$u = u_f \left(1 - \frac{k}{k_j} \right) \quad (2.22)$$

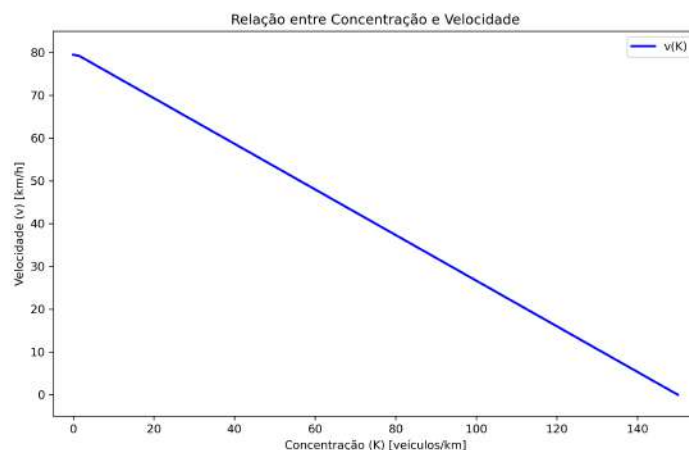


Figura 2.2: Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Greenshields.

Fonte: Elaboração Própria .

2.4.2 Modelo de Greenberg

Este é um modelo logarítmico que apresenta bom ajuste quando comparado com dados reais, especialmente em condições de trânsito congestionado. No entanto, devido à sua natureza logarítmica, resulta em problemas para densidades próximas de zero, em que apresenta uma velocidade que vai ao infinito. Todavia, apresenta bons resultados para maiores densidades.

$$u = u_m \cdot \log \left(\frac{k_j}{k} \right) \quad (2.23)$$

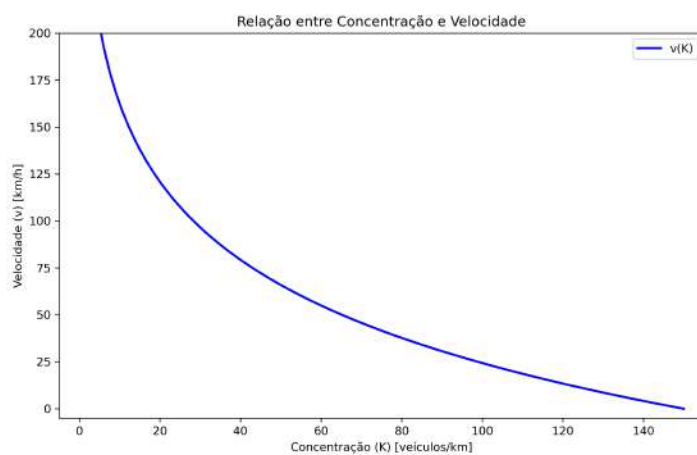


Figura 2.3: Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Greenberg.

Fonte: Elaboração Própria .

2.4.3 Modelo de Underwood

Este é um modelo exponencial que apresenta um desempenho melhor em altas densidades, com menos problemas em comparação ao modelo de Greenberg.

$$u = u_f \cdot \exp \left(-\frac{k}{k_m} \right) \quad (2.24)$$

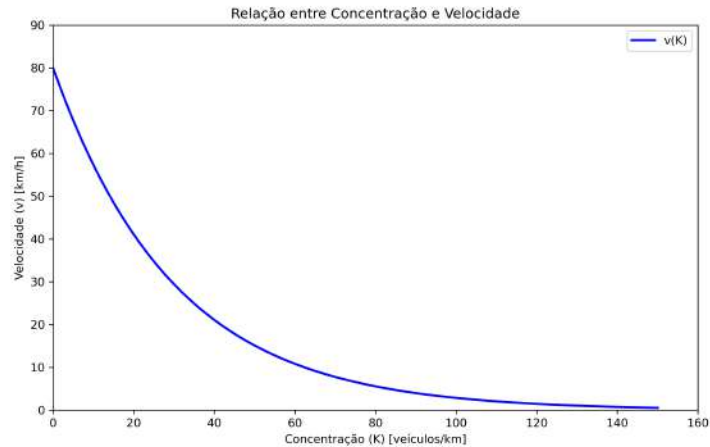


Figura 2.4: Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Underwood.

Fonte: Elaboração Própria .

2.4.4 Modelo de Velocidade Ótima

Este foi o modelo adotado neste estudo, sendo uma adaptação de um modelo que considera a sensibilidade do motorista (D). O modelo assume que a velocidade permanece praticamente constante quando a densidade é menor que a densidade de congestionamento. A partir deste ponto, a velocidade decai de forma semelhante ao modelo de Greenberg até atingir a densidade de congestionamento. (ROTHERY,)

A formulação inicial do modelo é dada por:

$$u_{\text{opt}} = u_f \cdot \tanh \left(\frac{\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}}{D} \right) \quad (2.25)$$

Reescrevendo D de forma que $u_{\text{opt}} = u_m$ e que $\frac{u_m}{u_f} = n$, com $k = k_m$, temos:

$$u = u_f \cdot \tanh \left(\frac{\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}}{\frac{\frac{1}{k_m} - \frac{1}{k_j}}{\tanh(n)}} \right) \quad (2.26)$$

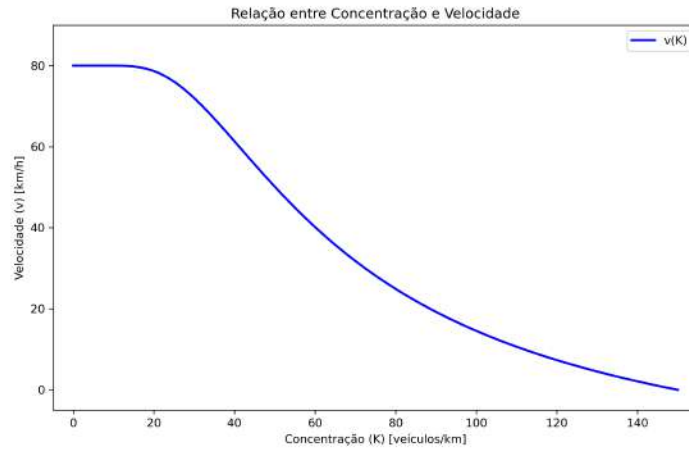


Figura 2.5: Gráfico Concentração - Velocidade, modelo de Velocidade Ótima.
Fonte: Elaboração Própria .

3 Metodologia

Para resolver a equação do trânsito neste estudo, foram utilizados modelos computacionais (RORBECH, 1968). Especificamente, foi empregado o método de diferenças finitas, um método clássico de discretização de equações diferenciais amplamente utilizado em engenharia . A ideia fundamental é transformar as equações diferenciais, que descrevem fenômenos contínuos, em equações algébricas que podem ser resolvidas computacionalmente.(PONTES, 2019)

3.1 Diferenças Finitas

O método de diferenças finitas baseia-se na substituição das derivadas por diferenças finitas, aproximando-as por meio de expansões da Série de Taylor. Por exemplo, a derivada parcial de uma função $f(x)$ em relação a x pode ser aproximada por uma equação algébrica de 1ª ordem:



Um diagrama que mostra dois pontos representados por círculos pretos, um à esquerda e um à direita, conectados por uma linha horizontal. O ponto da esquerda é rotulado com o índice i e o ponto da direita com o índice $i+1$.

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (3.1)$$

Quando discretizamos o domínio espacial em uma malha com i pontos x_i , a fórmula torna-se:

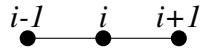
$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad (3.2)$$

Esse conceito permite reescrever qualquer equação diferencial parcial (EDP) em termos discretos, facilitando sua solução numérica. No entanto, a escolha do método específico para resolver as equações depende de fatores como estabilidade, precisão e eficiência.

Neste trabalho, foram realizados testes com os seguintes métodos principais: diferenças centradas, método de Godunov e método de MacCormack.

3.1.1 Método das Diferenças Centradas

O método das diferenças centradas utiliza uma abordagem simétrica para aproximar as derivadas. No caso de uma derivada espacial, ele faz uso dos pontos adjacentes, em uma aproximação de segunda ordem, fazendo :



$$\frac{\partial k}{\partial x} \approx \frac{k_{i+1} - k_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.3)$$

Esse método é simples e de fácil implementação, porém, é mais suscetível a instabilidades numéricas, especialmente em equações de transporte onde podem ocorrer oscilações não físicas.

3.1.2 Método de Godunov

O método de Godunov é um esquema conservativo baseado na solução do problema de Riemann, que é um problema de valor inicial simplificado. Ele é ideal para resolver equações hiperbólicas, sendo robusto no tratamento de descontinuidades, como ondas de choque.

Para a equação de conservação genérica:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial f(k)}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

O fluxo numérico $F_{i+1/2}$ entre duas células é determinado resolvendo o problema de Riemann no ponto $x_{i+1/2}$. A forma discreta do método é dada por:

$$k_i^{n+1} = k_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) \quad (3.5)$$

O fluxo F depende do método específico utilizado para aproximar o problema de Riemann. Isso faz com que o método seja estável e conservativo, essencial para equações não lineares como a de Burgers e a equação do trânsito.

3.1.3 Método de MacCormack

Desenvolvido como um método de diferenças finitas visando a aplicação em escoamentos supersônicos, criado por Robert MacCormack e publicado em 1969, o método de MacCormack é uma técnica de dois passos, um de predição e outro de correção, garantindo resultados mais precisos. No primeiro passo (previsão), calculamos um valor intermediário k_i^* (ANDERSON, 2003) :

$$k_i^* = k_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}(F_{i+1}^n - F_i^n) \quad (3.6)$$

No segundo passo (correção), ajustamos o valor previsto com base nos fluxos corrigidos:

$$k_i^{n+1} = \frac{1}{2}(k_i^n + k_i^*) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(F_i^* - F_{i-1}^*) \quad (3.7)$$

Esse método apresenta boa precisão para equações lineares e não lineares, em escoamentos supersônicos, mas algumas técnicas podem ser aplicadas para lidar com instabilidades em escoamentos mistos, com trechos supersônicos e subsônicos, como a adição de viscosidade numérica.

3.1.4 Viscosidade Numérica de Lapidus

Devido à diferença de natureza entre as equações governando os escoamentos sub e supersônicos, utilizar um único método em ambos os casos torna-se um grande desafio. Para utilizar um mesmo método numérico, é possível utilizar-se de alguns artifícios que reduzem erros; um desses métodos é a viscosidade artificial de Lapidus (LAPIDUS, 1967).

Desenvolvido por Arnold Lapidus visando diminuir erros em estudos computacionais na região de separação da onda de choque, nesse estudo é introduzido um termo que suaviza o resultado, para que haja uma modificação gradual, sobretudo nas regiões de transição .

Apesar de ter sido implementado inicialmente no método de Lax-Wendroff, pode ser utilizado no método de MacCormack com sucesso, sendo o último passo do método, definido na equação de trânsito como (PONTES, 2019):

$$k_i^{n+1} = k_i^{n+1*} + \frac{\mu\Delta t}{2\Delta x}\Delta'(|\Delta'k_i^{n+1*}| \cdot k_i^{n+1*}) \quad (3.8)$$

onde

$$\Delta'K_i^{*n+1} = K_i^{*n+1} - K_{i-1}^{*n+1} \quad (3.9)$$

e μ é a viscosidade artificial.

3.2 Resolução das Equações

Para averiguar qual método é o mais adequado para implementar a resolução da equação, iremos testar os métodos com 3 equações distintas: uma equação simplificada do trânsito, a equação de Burgers e, por fim, a equação de trânsito.

3.2.1 Resolução da Equação de Transporte

A equação de transporte é uma simplificação da equação fundamental do trânsito, onde considerou-se que a relação vazão-densidade($q = f(k)$) é dada por: $q = k$, dessa maneira a equação pode ser definida da seguinte forma:

$$\frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \quad (3.10)$$

Para esta equação serão utilizados dois perfis de onda:

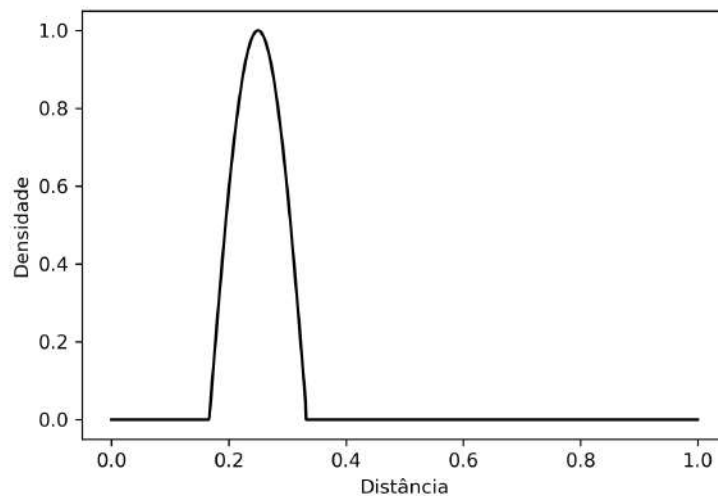


Figura 3.1: Perfil senoidal da onda

Fonte: Elaboração Própria .

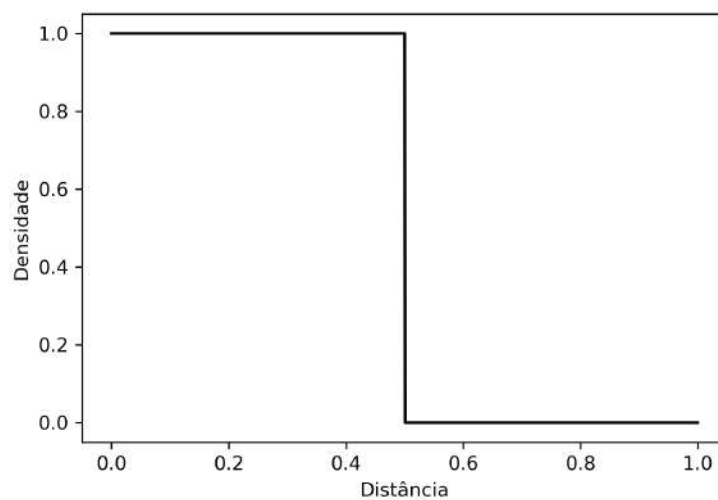


Figura 3.2: Perfil degrau da onda

Fonte: Elaboração Própria .

3.2.2 Resolução da Equação de Burgers

A equação de Burgers é uma equação diferencial parcial não linear, que inclui um termo viscoso:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.11)$$

que pode ser reescrita na forma conservativa como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = 0, \quad (3.12)$$

onde o fluxo $F(u)$ é definido como:

$$F(u) = \frac{u^2}{2}. \quad (3.13)$$

Essa equação modela fenômenos como ondas de choque e comportamento de fluidos viscosos e foi escolhida para testar a resposta dos métodos quando aplicados em equações não lineares. Serão utilizados os mesmos perfis do caso anterior e ilustrados nas imagens 3.1 e 3.2

3.2.3 Resolução da Equação de Trânsito

A equação de trânsito descreve a evolução da densidade de veículos $k(x, t)$ e da vazão $q(x, t)$ em função do tempo e do espaço. Trata-se de uma formulação baseada na conservação de massa para o tráfego rodoviário:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0 \quad (3.14)$$

Esta equação é fundamental para modelar o comportamento dinâmico do tráfego, permitindo analisar como a densidade de veículos e o fluxo variam ao longo da via e ao longo do tempo.

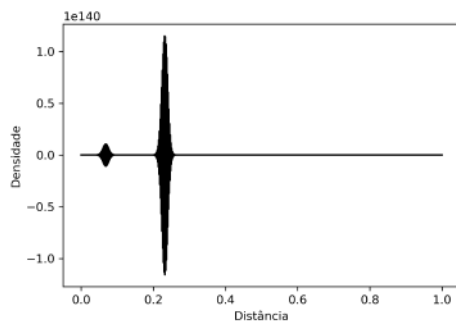
4 Avaliação dos Resultados

Neste Capítulo serão avaliados os resultados dos métodos citados anteriormente e discutida a sua eficácia no sistema em questão, julgando qual o método mais apropriado para a equação de tráfego.

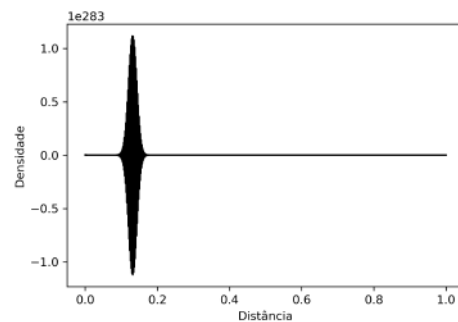
4.1 Equação de transporte

Para os perfis da equação de transporte foi considerado: comprimento = 1 $dx = 0.001$ (discretização espacial) $dt = dx$ (discretização temporal) $t = 0.2$ e 0.4 tempos em que foram exportados os perfis

4.1.1 Diferenças Centradas

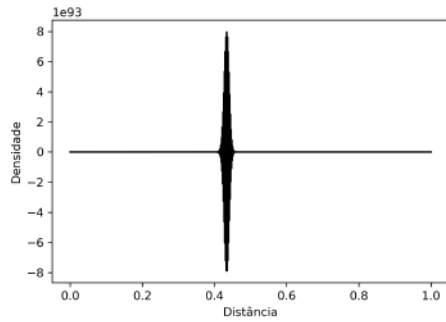


(a) onda no tempo $t=0.2$

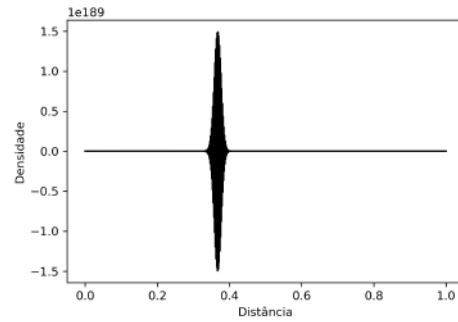


(b) onda no tempo $t = 0.4$

Figura 4.1: Propagação do perfil senoidal para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Diferenças Centradas



(a) degrau no tempo $t=0.2$



(b) degrau no tempo $t = 0.4$

Figura 4.2: Propagação do perfil degrau para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Diferenças Centradas

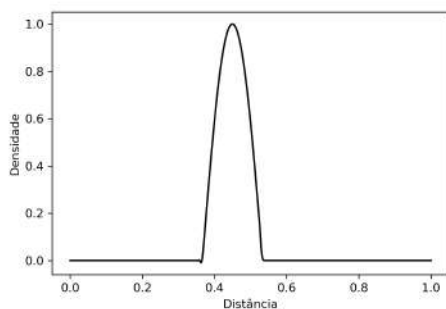
Utilizando o método das diferenças centradas na equação de transporte simplificada, pode-se verificar que há uma grande quantidade de ruído, não apresentando um resultado satisfatório e não sendo possível realizar o estudo da onda nesse método.

4.1.2 Godunov

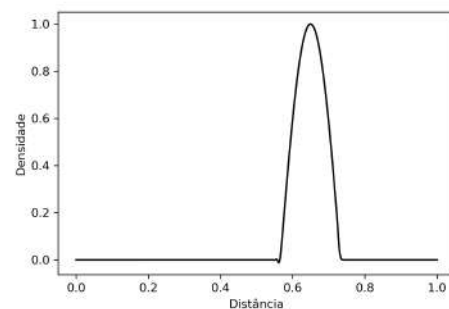
O método de Godunov apresenta, no caso da equação em questão, a mesma formulação matemática que o método das diferenças centradas, por isso não será incluído o resultado nessa seção, pois o resultado é o mesmo do método anterior.

4.1.3 MacCormack

Sem viscosidade de Lapidus



(a) onda no tempo $t=0.2$

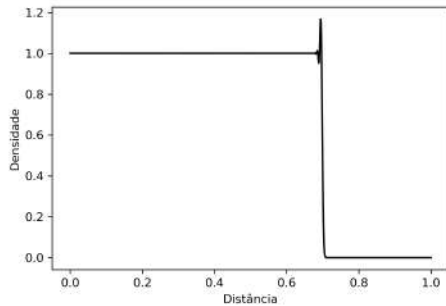


(b) onda no tempo $t = 0.4$

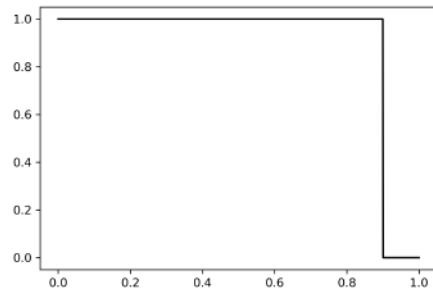
Figura 4.3: Propagação do perfil senoidal para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus

Utilizando o método de Mac Cormack sem a viscosidade de Lapidus pode-se perceber a existência de zonas com ruído, principalmente nas fronteiras da onda, na região de

transição. Para diminuir esses ruídos, podemos aplicar a viscosidade dinâmica de Lapidus, que deve ser ajustada a fim de minimizar o ruído e, ao mesmo tempo, não incidir uma grande viscosidade no local.



(a) onda no tempo $t=0.2$

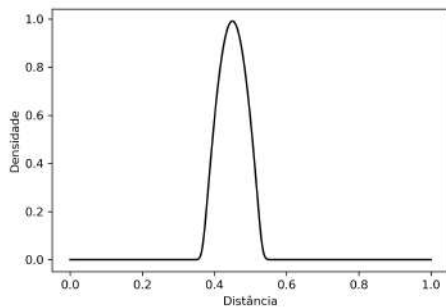


(b) onda no tempo $t = 0.4$

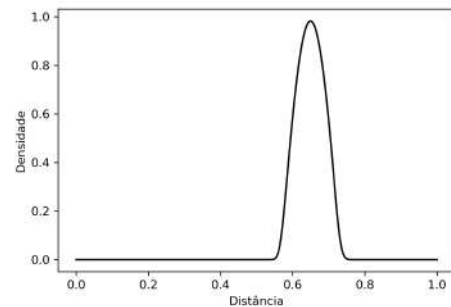
Figura 4.4: Propagação do perfil degrau para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus

Os ruídos nesse perfil são mais intensos, possivelmente devido às variações mais súbitas ao longo da extensão, em comparação com o perfil anterior, o que pode ser causado pelo fato do perfil possuir variações mais súbitas, em comparação com a anterior.

Com viscosidade de Lapidus

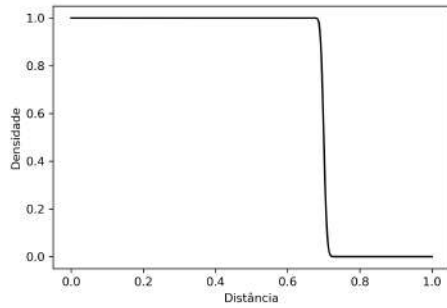


(a) onda no tempo $t=0.2$

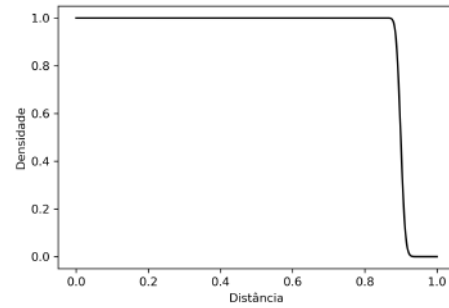


(b) onda no tempo $t = 0.4$

Figura 4.5: Propagação do perfil senoidal para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2



(a) onda no tempo $t=0.2$



(b) onda no tempo $t = 0.4$

Figura 4.6: Propagação do perfil degrau para a solução numérica da equação de transporte usando o Método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2

Ao acrescentar a viscosidade de Lapidus podemos perceber que o ruído é suavizado. Os valores de viscosidade podem ser variados a depender do caso, visando diminuir suficientemente o ruído, ao mesmo tempo que não altera ou "arrasta" a onda.

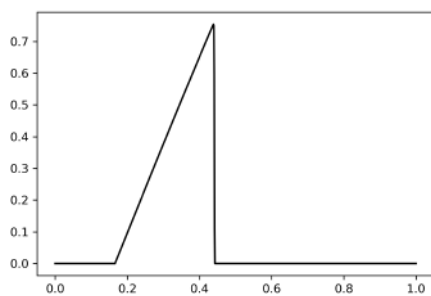
4.2 Equação de Burguers

Para a equação de Burguers foram utilizados os mesmos perfis utilizados no caso anterior, além das mesmas discretizações.

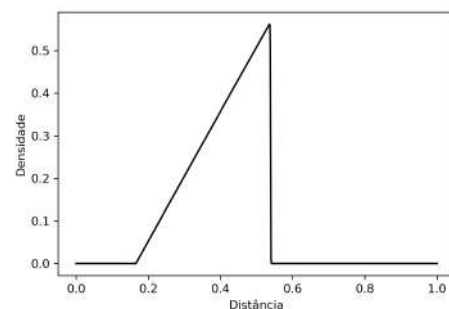
4.2.1 Diferenças Centradas

Nessa configuração houveram erros computacionais, de forma que não houve exibição de imagem, mesmo com alterações da relação $dt dx$, assim considerou-se que o modelo é instável para equações diferenciais não lineares.

4.2.2 Godunov

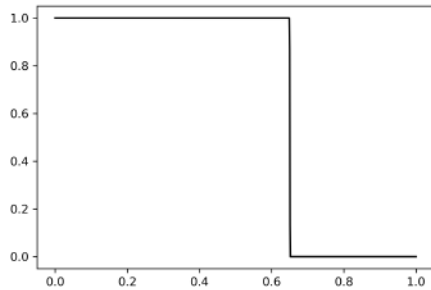


(a) onda no tempo $t=0.3$

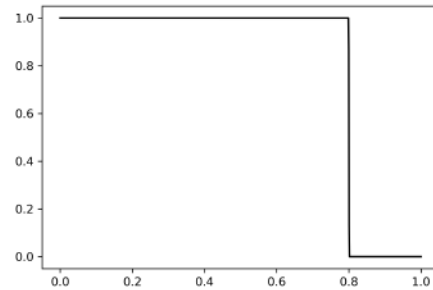


(b) onda no tempo $t = 0.6$

Figura 4.7: Propagação do perfil senoidal para a resolução numérica da equação de Burguers usando o Método de Godunov



(a) degrau no tempo $t=0.3$



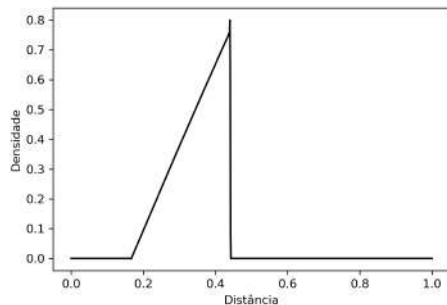
(b) degrau no tempo $t = 0.6$

Figura 4.8: Propagação do perfil degrau para a resolução numérica da equação de Burgers usando o Método de Godunov

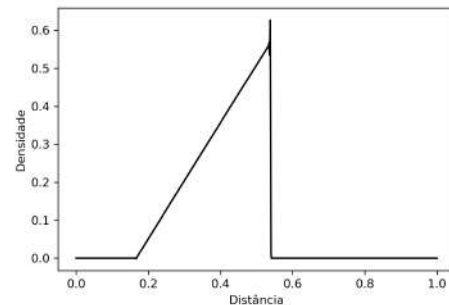
Percebe-se que para este caso o método de Godunov é eficiente e não apresenta propagação de ruído, sendo possível verificar a propagação da onda, podendo ser um indício que este método poderá ser eficiente para o caso.

4.2.3 MacCormack

Sem viscosidade de Lapidus

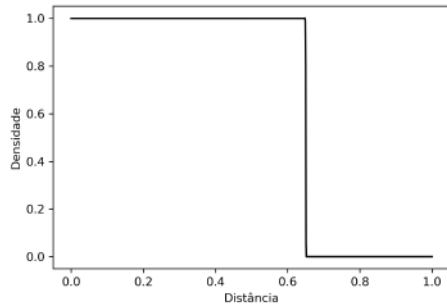


(a) onda no tempo $t=0.3$

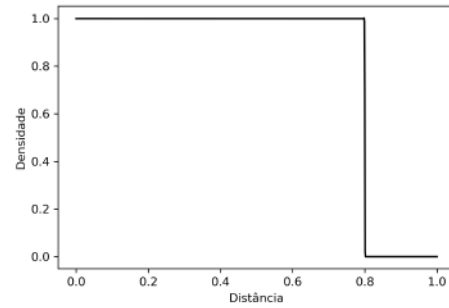


(b) onda no tempo $t = 0.6$

Figura 4.9: Propagação do perfil senoidal para a resolução numérica da equação de Burgers usando o Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus



(a) onda no tempo $t=0.3$



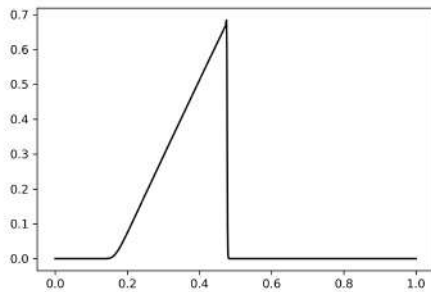
(b) onda no tempo $t = 0.6$

Figura 4.10: Propagação do perfil degrau no Método de Mac Cormack sem viscosidade de Lapidus

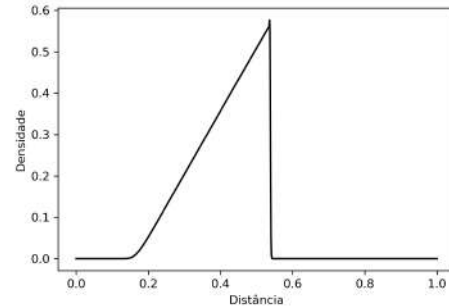
Percebe-se que há uma região de ruído nas proximidades da onda, indicando um erro numérico na região, o que pode ser suavizado com a implementação da viscosidade de Lapidus.

Com viscosidade de Lapidus

Foi incluída uma viscosidade de Lapidus com o valor de 0.2, visando diminuir o ruído presente no método.

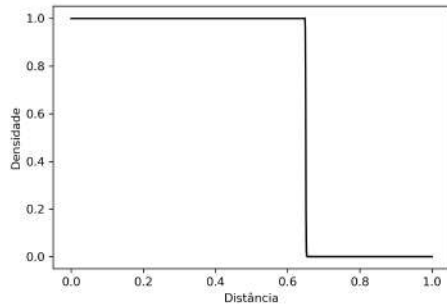


(a) onda no tempo $t=0.3$

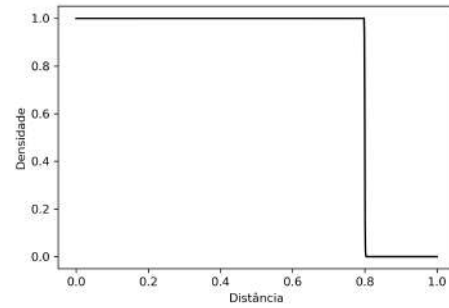


(b) onda no tempo $t = 0.6$

Figura 4.11: Propagação do perfil senoidal no Método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2



(a) onda no tempo $t=0.3$



(b) onda no tempo $t = 0.6$

Figura 4.12: Propagação do perfil degrau para a resolução numérica da equação de Burgers usando o método de Mac Cormack com viscosidade de Lapidus = 0.2

Com a viscosidade de Lapidus pode-se observar uma diminuição do ruído, obtendo um resultado a princípio satisfatório.

4.3 Equação de Tráfego

Para testar os diferentes modelos na equação de tráfego, foi definida uma via com 4 pistas e um acidente ocorrido no centro da via, alterando o número de pistas pontualmente para 3. Foi considerado inicialmente uma densidade constante de 120 veículos/km (a densidade máxima para o caso com 4 pistas) em todo o comprimento da via. Foi realizada a simulação ao longo de 30 minutos e verificados os resultados, o esperado seria: do lado esquerdo da simulação aumentar a densidade e diminuir a velocidade dos veículos, do lado direito diminuir a densidade e aumentar velocidade com a vazão sendo aproximadamente constante.

4.3.1 Diferenças Centradas

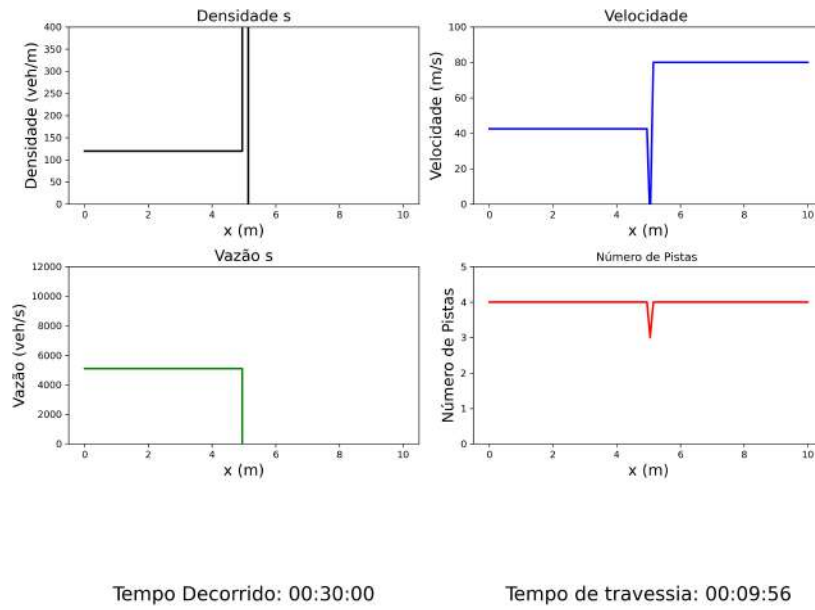


Figura 4.13: Resultado do método de Diferenças Centradas em 30 minutos

Fonte: Elaboração Própria .

O método das diferenças centradas não apresentou um resultado satisfatório, com a densidade tendendo ao infinito "explodindo" antes do acidente.

4.3.2 Godunov

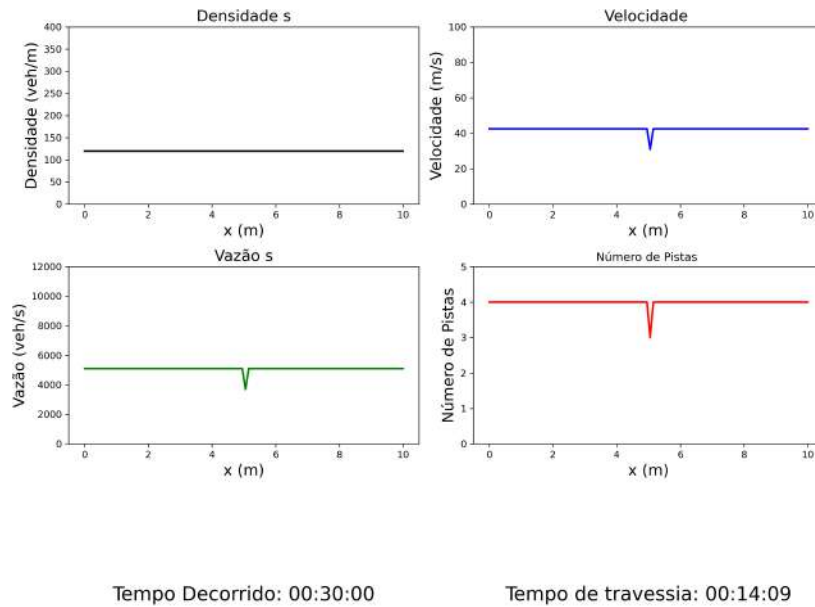


Figura 4.14: Resultado do método de Godunov em 30 minutos

Fonte: Elaboração Própria .

Utilizando o método de Godunov não houve variação de densidade nas regiões onde era esperado, sendo assim o método não é coerente para essa aplicação.

4.3.3 MacCormack

Sem viscosidade de Lapidus

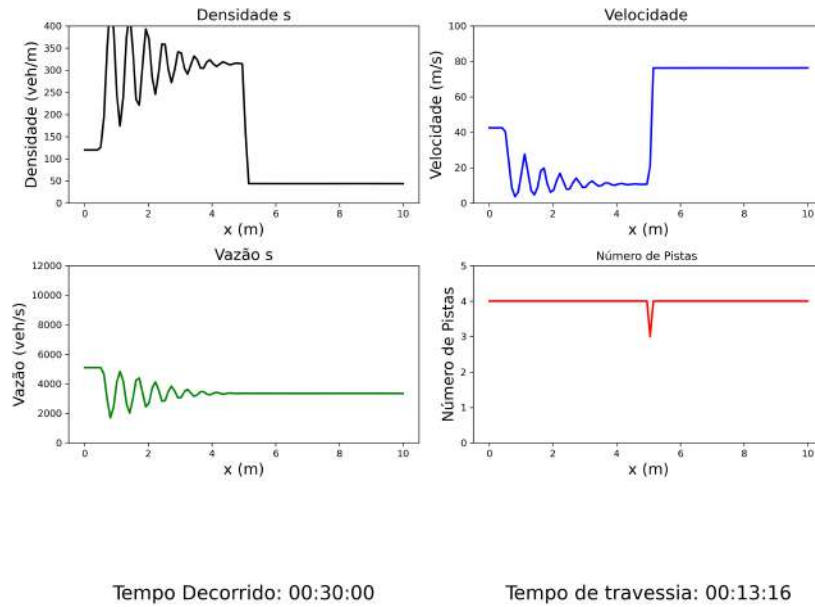


Figura 4.15: Resultado do método de MacCormack sem viscosidade de Lapidus em 30 minutos

Fonte: Elaboração Própria .

O método de MacCormack sem a viscosidade artificial de Lapidus apresenta ruído, sobretudo antes da região do acidente. Para suavizar o transiente, foi utilizada a viscosidade artificial com $\nu = 0.2$.

Com viscosidade de Lapidus

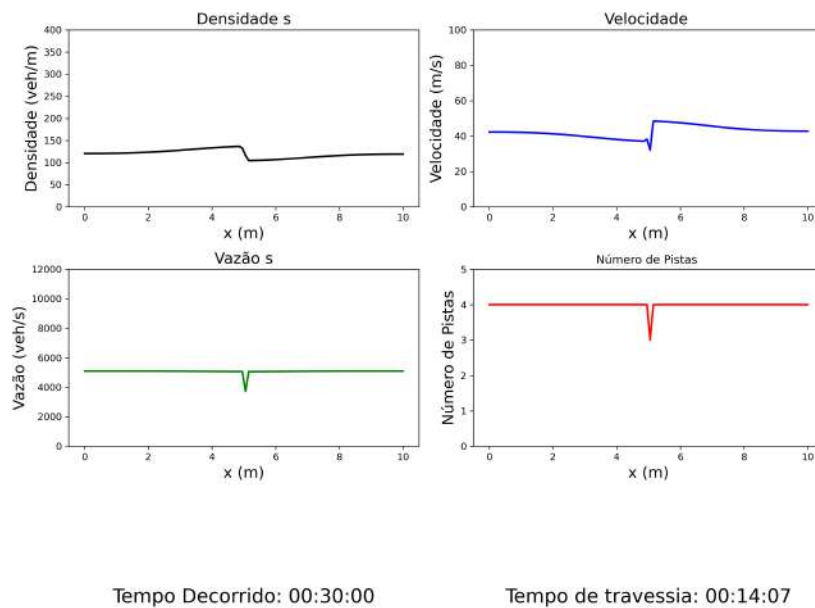


Figura 4.16: Resultado do método de MacCormack com viscosidade de Lapidus = 0.2 em 30 minutos

Fonte: Elaboração Própria .

Com a viscosidade de Lapidus, obtém-se um modelo em que a onda se propaga de maneira não exagerada, sem a presença de ruídos. Além de a densidade diminuir após o acidente, podemos observar as variações que eram esperadas. Assim, o Método de MacCormack foi o escolhido para o presente estudo.

4.4 Validação

Para realizar a validação do método, foi realizada uma comparação com dados reais obtidos do Google Maps com resultados do modelo. Foi utilizada a previsão do Google Maps numa segunda-feira de manhã e comparado com os resultados da modelagem, igualando as velocidades de entrada. Foram utilizados diversos valores de viscosidade artificial entre 0 e 1 e o utilizado para o modelo foi o de 0.2. O modelo validado utilizou uma viscosidade de Lapidus de 0.2, e o resultado encontra-se abaixo:

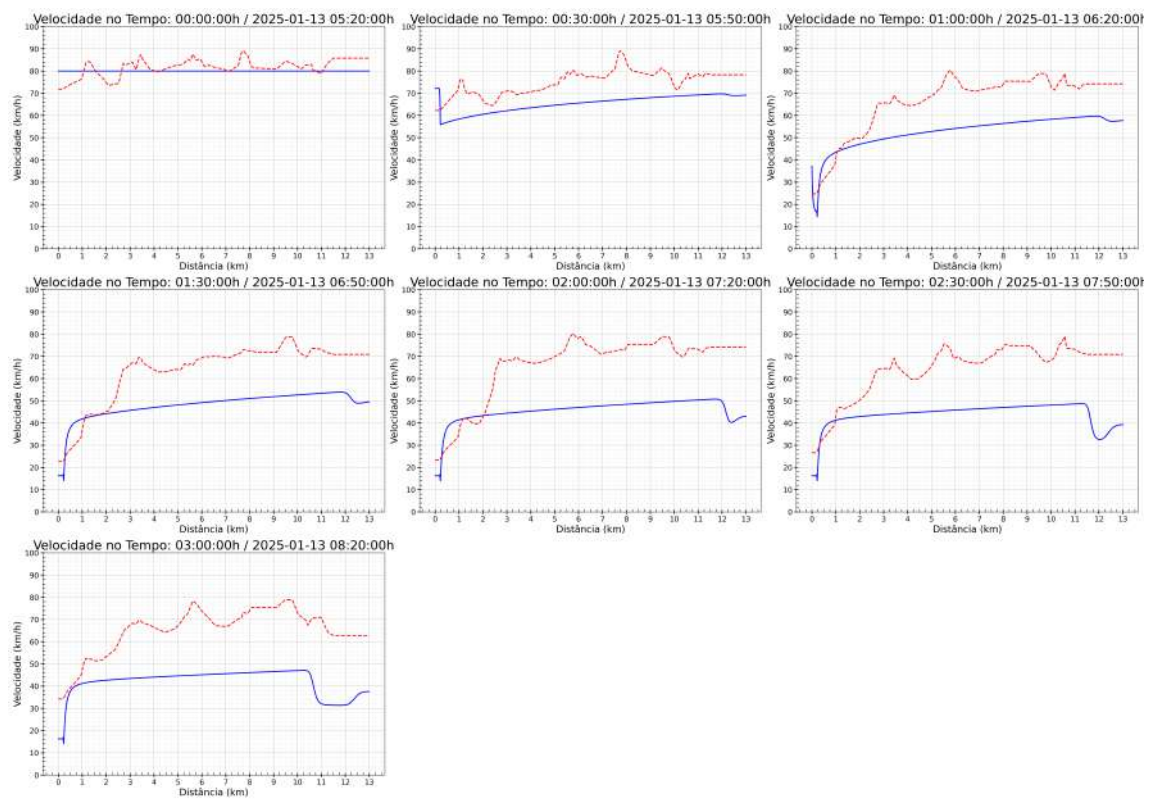


Figura 4.17: Validação da viscosidade com dado do Google Maps em comparação com o modelo utilizado com viscosidade de Lapidus = 0.2

5 Aplicação no modelo

5.1 Parâmetros utilizados

Para todos os resultados, considerou-se uma via de 13 km, como uma discretização espacial de 20 metros, e uma discretização temporal de 1 segundo, garantindo estabilidade numérica. Foi considerada a via com 4 pistas e variações na entrada, saída e nas proximidades do pedágio, no sentido Niterói.

5.1.1 Relação Concentração - Velocidade

Foi considerada uma adaptação do modelo de velocidade ótima, sendo definida por:

$$u = u_f \cdot \tanh \left(\frac{\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}}{\frac{\frac{1}{k_m} - \frac{1}{k_j}}{\tanh(0.68)}} \right)$$

com a variável $\tanh(0.68)$ sendo ajustada para alinhar o k_m no ponto de vazão máxima. A imagem abaixo ilustra a relação entre concentração, velocidade e vazão para distintas concentrações, considerando uma única faixa de rolamento:

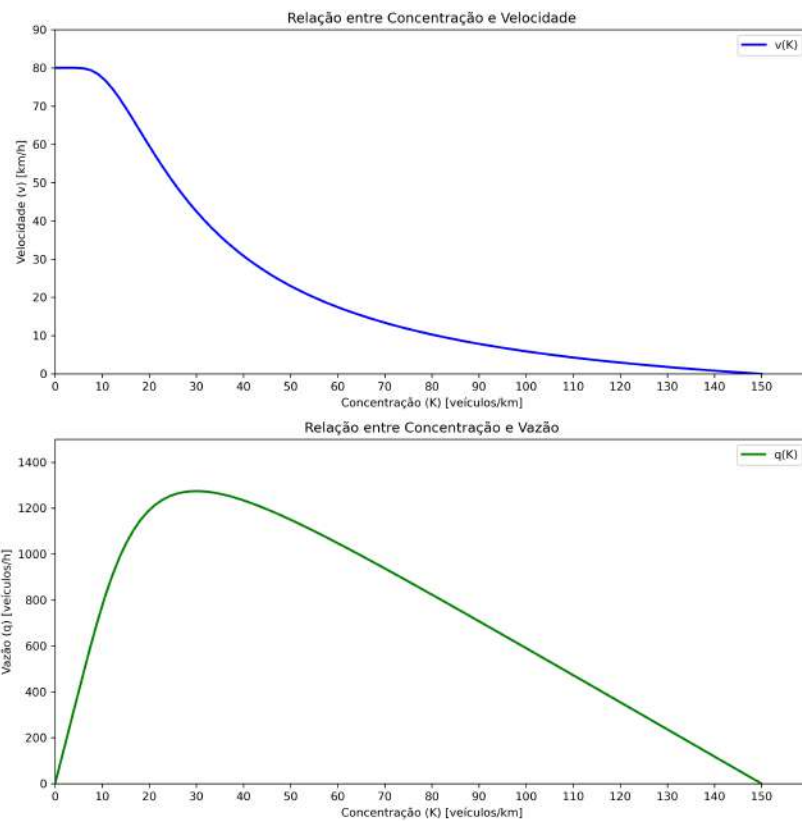


Figura 5.1: Relação Concentração - Velocidade utilizado (modelo de velocidade ótima)

Fonte: Elaboração Própria .

5.1.2 Modelo da Ponte

A ponte foi modelada de acordo com a variação do número de pistas da via; para tal, foram utilizadas imagens de satélite. No modelo sentido Rio, o pedágio foi considerado como 6 pistas no quilômetro 11.9; além disso, a velocidade máxima foi alterada na proximidade do pedágio, devido à velocidade máxima local da via.

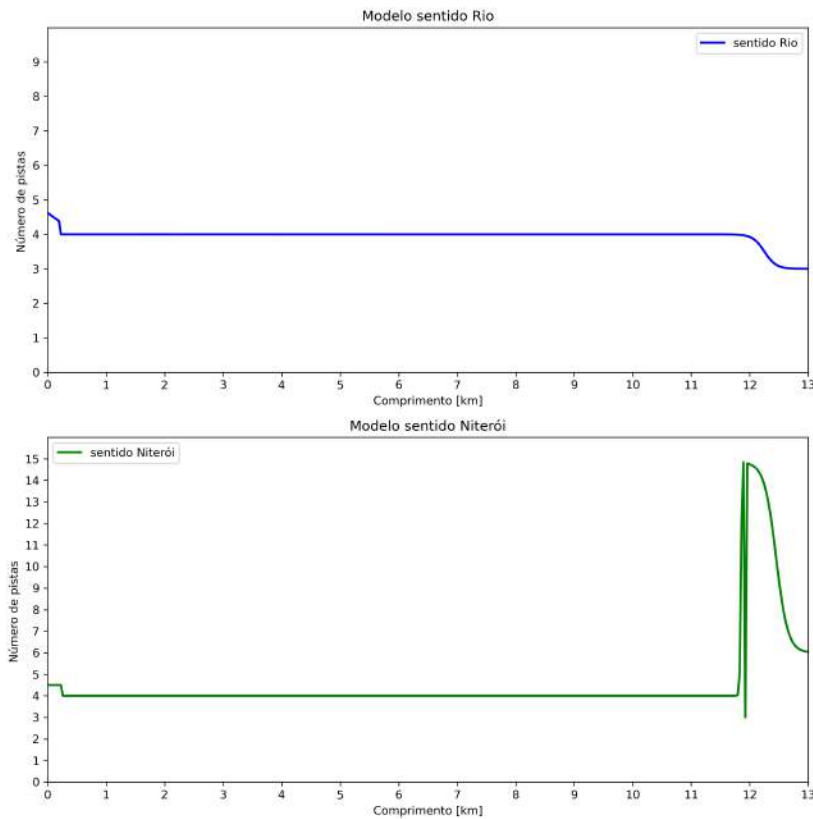


Figura 5.2: Modelo da Via
 Fonte: Elaboração Própria .

5.2 Testes iniciais

Nesses testes, é esperado um fluxo aproximadamente constante em baixas densidades, porém, com o aumento da densidade, é esperada uma diminuição da velocidade na entrada (CASSIDY; BERTINI, 1999) e na saída (BERTINI; LEAL, 2005) dos gargalos, causados pela diminuição no número de faixas.

5.2.1 Densidade de entrada constante

Para o primeiro caso, será considerada a via inicialmente com 1 veículo/km e uma densidade de entrada constante, sendo consideradas as seguintes: 50 veículos/km, 75 veículos/km, 100 veículos/km, 120 veículos/km e 150 veículos/km.

50 veículos/km

No gráfico da variação de velocidade (Figuras 5.3 e 5.4), observa-se que a velocidade se mantém praticamente constante ao longo da via em ambas as direções. Esse comportamento indica uma condição de tráfego livre, na qual o fluxo veicular não sofre impactos significativos devido a gargalos ou variações no número de faixas disponíveis.

Sentido Rio

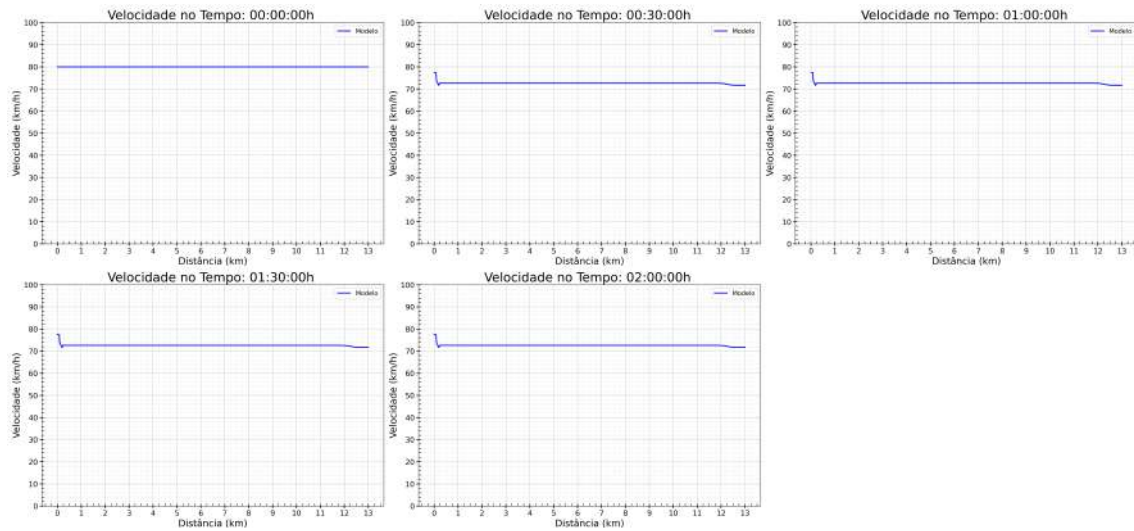


Figura 5.3: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 50 veículos/km.

Sentido Niterói

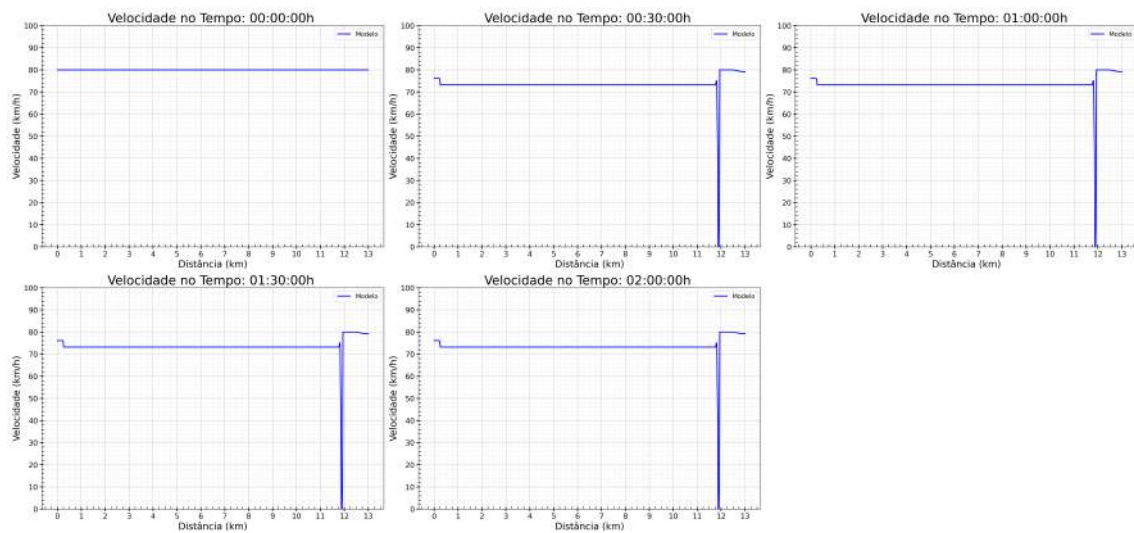


Figura 5.4: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 50 veículos/km.

Para a densidade de 50 veículos por quilômetro, verifica-se que a velocidade se mantém próxima do seu valor máximo ao longo de toda a extensão da via. No sentido Rio, nota-se uma velocidade ligeiramente superior no trecho inicial, antes da presença de um gargalo, o que pode ser atribuído ao maior número de faixas disponíveis nessa região. No sentido Niterói, por sua vez, observa-se uma redução na velocidade nas proximidades da praça de pedágio, devido à restrição imposta ao fluxo de veículos nesse ponto. Após essa região, a velocidade volta a aumentar, evidenciando a retomada do fluxo normal de tráfego.

Essa análise reforça a ideia de que, para uma densidade relativamente baixa como a adotada neste caso, o comportamento do tráfego tende a ser estável, sem a formação de congestionamentos ou oscilações significativas na velocidade ao longo da via.

75 veículos/km

As Figuras 5.5 e 5.6 mostram o início de reduções na velocidade nos pontos de gargalo, evidenciando os impactos das variações geométricas da via, como a redução no número de faixas. Esses resultados indicam que, com uma densidade de 75 veículos/km, a capacidade da via começa a ser desafiada, resultando em uma maior sensibilidade do fluxo às restrições estruturais.

Sentido Rio

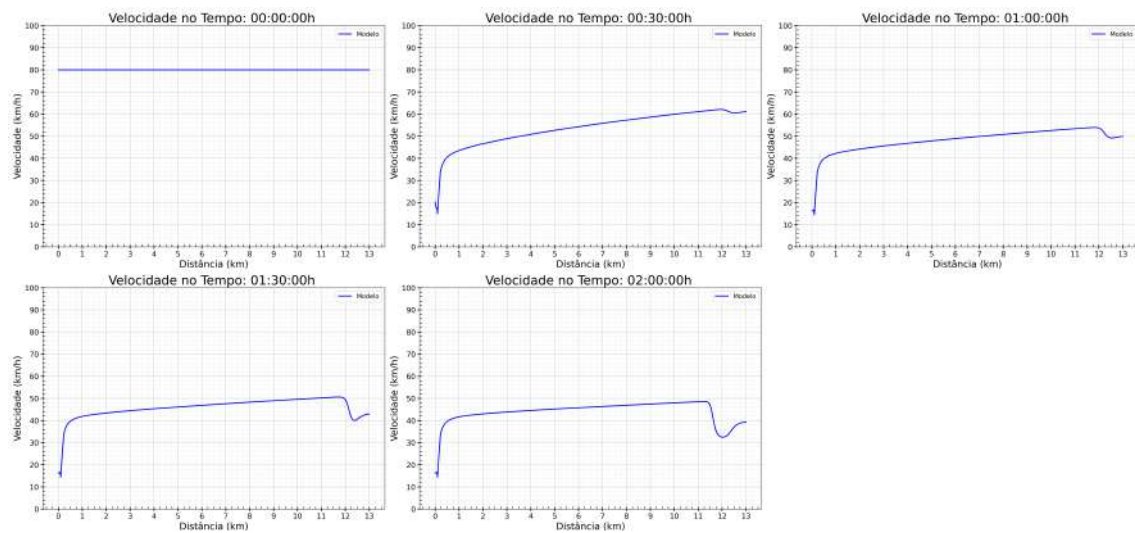


Figura 5.5: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 75 veículos/km.

Sentido Niterói

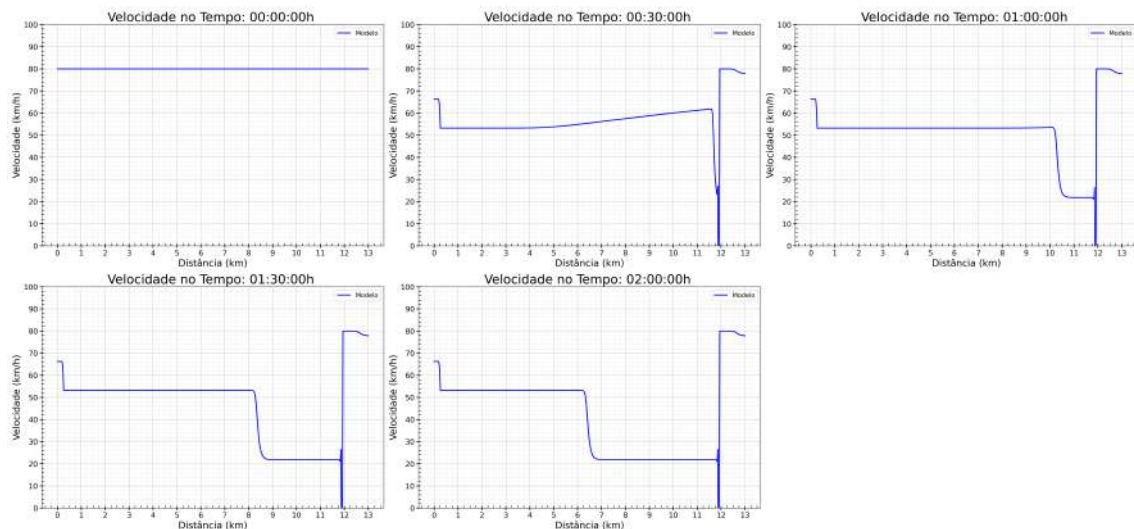


Figura 5.6: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 75 veículos/km.

Para essa densidade, observa-se uma tendência de redução na velocidade ao longo da via. No sentido Rio, a queda de velocidade ocorre logo no início, antes do ponto de estrangulamento, sugerindo que os efeitos do gargalo já começam a impactar o fluxo antes mesmo da redução no número de faixas.

No sentido Niterói, por outro lado, não se observa uma queda de velocidade antes do gargalo, mas a velocidade média ao longo da via é menor quando comparada ao cenário de menor densidade. Além disso, nota-se um congestionamento mais pronunciado na região próxima ao pedágio, onde há uma limitação da capacidade de escoamento. Após essa restrição, a velocidade volta a aumentar, comportamento semelhante ao observado no caso de densidade menor, porém com recuperação mais gradual.

100 veículos/km

A faixa de 100 veículos/km apresenta um comportamento semelhante ao caso de 75 veículos/km, porém com uma redução de velocidade ainda mais acentuada, conforme ilustrado nas Figuras 5.7 e 5.8. Esse comportamento indica que a via está operando cada vez mais próxima de sua capacidade, tornando os efeitos dos gargalos e restrições geométricas mais evidentes.

Sentido Rio

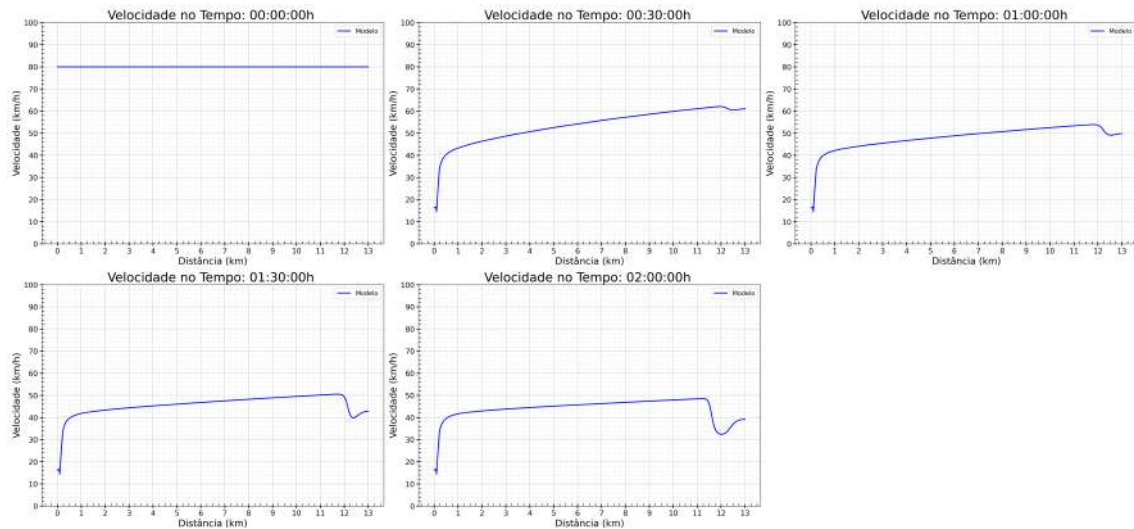


Figura 5.7: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 100 veículos/km.

Sentido Niterói

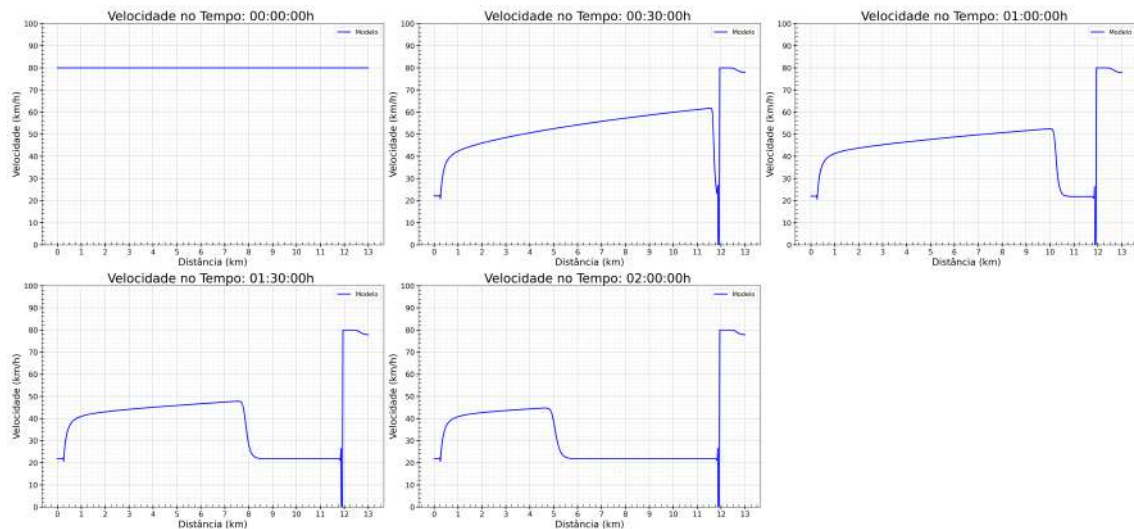


Figura 5.8: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 100 veículos/km.

Com 100 veículos por quilômetro, os fenômenos observados anteriormente se intensificam. No sentido Niterói, a redução de velocidade se torna mais pronunciada tanto no início da via quanto na região do pedágio, onde o congestionamento se torna ainda mais evidente. O impacto da restrição na capacidade de escoamento é mais significativo, resultando em uma recuperação de velocidade mais lenta após a praça de pedágio.

No sentido Rio, os efeitos da maior densidade são perceptíveis, mas sem alterações estruturais significativas em relação ao caso anterior. No entanto, observa-se um aumento da intensidade das reduções de velocidade nas proximidades do gargalo, sugerindo que o fluxo está mais suscetível a pequenas perturbações e variações no tráfego.

120 veículos/km

Esta densidade representa o ponto de fluxo máximo da via, ou seja, a condição na qual a quantidade de veículos por quilômetro atinge o valor correspondente à máxima capacidade de escoamento. Observa-se que os gargalos continuam a limitar a velocidade dos veículos, resultando em um aumento considerável no tempo de travessia. Esse cenário evidencia de forma crítica o impacto das restrições geométricas na capacidade operacional da via. As Figuras 5.9 e 5.10 apresentam o perfil da velocidade ao longo do tempo para essa condição.

Sentido Rio

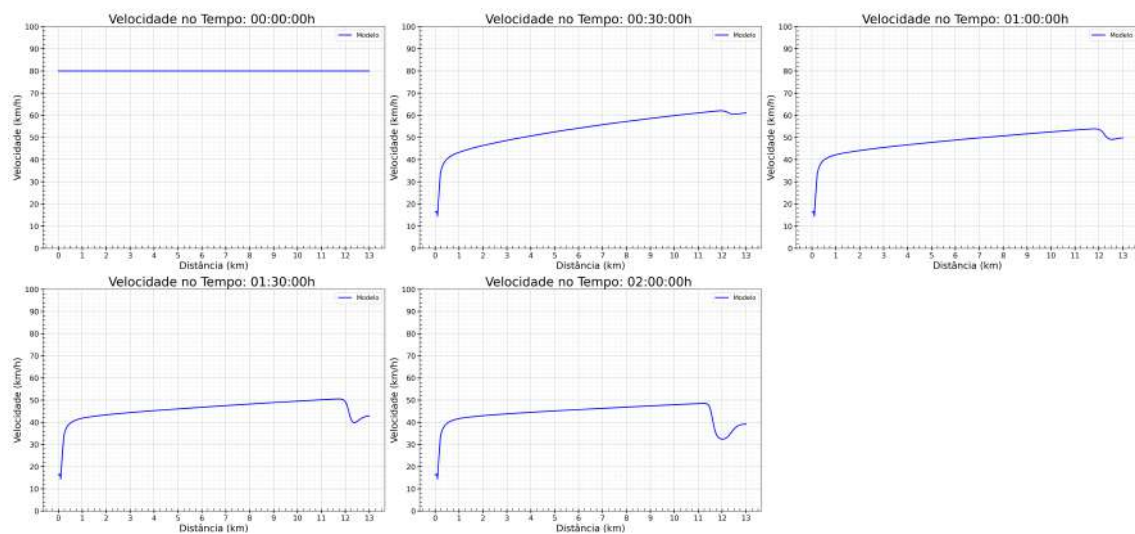


Figura 5.9: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 120 veículos/km.

Sentido Niterói

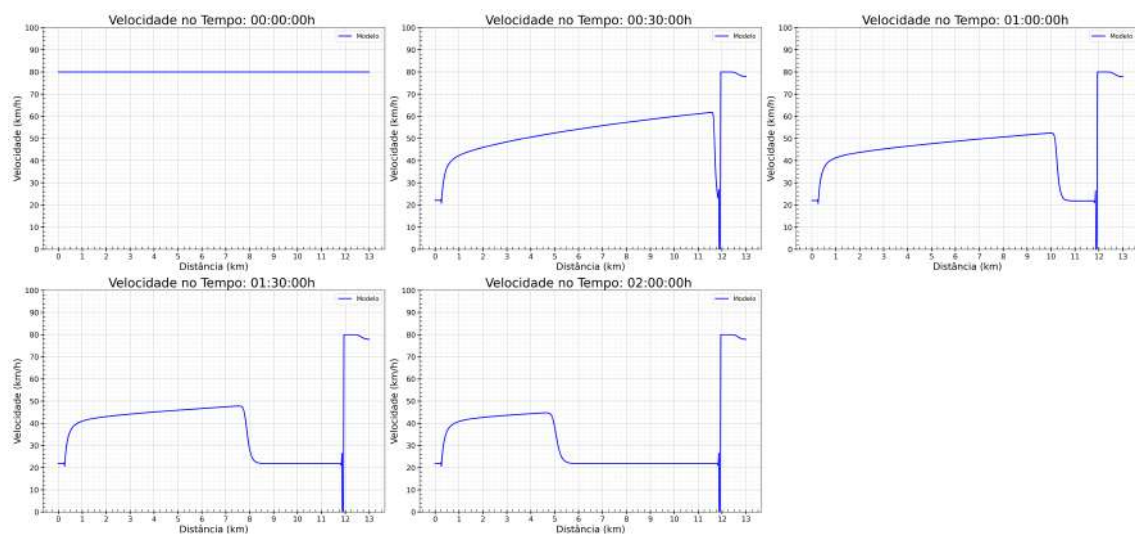


Figura 5.10: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 120 veículos/km.

Com 120 veículos por quilômetro, os padrões observados anteriormente se intensificam. No sentido Rio, a velocidade continua apresentando quedas acentuadas nos pontos de gargalo, e o tempo necessário para atravessar a via torna-se significativamente maior. Ainda que o comportamento seja semelhante ao caso de 100 veículos/km, observa-se uma menor recuperação da velocidade após os trechos de restrição, sugerindo que o fluxo já se encontra próximo da saturação.

No sentido Niterói, o congestionamento na região do pedágio se torna ainda mais evidente, indicando que a limitação geométrica do local impede um escoamento eficiente do fluxo. Além disso, percebe-se uma queda de velocidade ao longo de quase toda a extensão da via, o que reforça a redução na fluidez do tráfego. Após a passagem pelo pedágio, ainda há uma recuperação da velocidade, mas de forma menos expressiva em comparação aos casos anteriores.

Apesar de essa ser a densidade correspondente ao fluxo máximo da via, os resultados sugerem que a via já atingiu seu limite operacional nos principais pontos de restrição. Isso indica que, acima desse nível de densidade, não há ganhos significativos na capacidade de escoamento, apenas um agravamento da instabilidade do fluxo e do tempo de travessia.

150 veículos/km

A faixa de 150 veículos/km está acima da densidade correspondente à vazão máxima para uma via com quatro faixas. Como discutido anteriormente, a expectativa para essa condição é a estabilização da vazão de saída, bem como uma padronização no perfil de velocidades, uma vez que a via já opera em sua capacidade limite. As Figuras 5.11 e 5.12 apresentam o comportamento da velocidade ao longo do tempo, revelando um padrão similar ao observado nas Figuras 5.9 e 5.10.

Sentido Rio

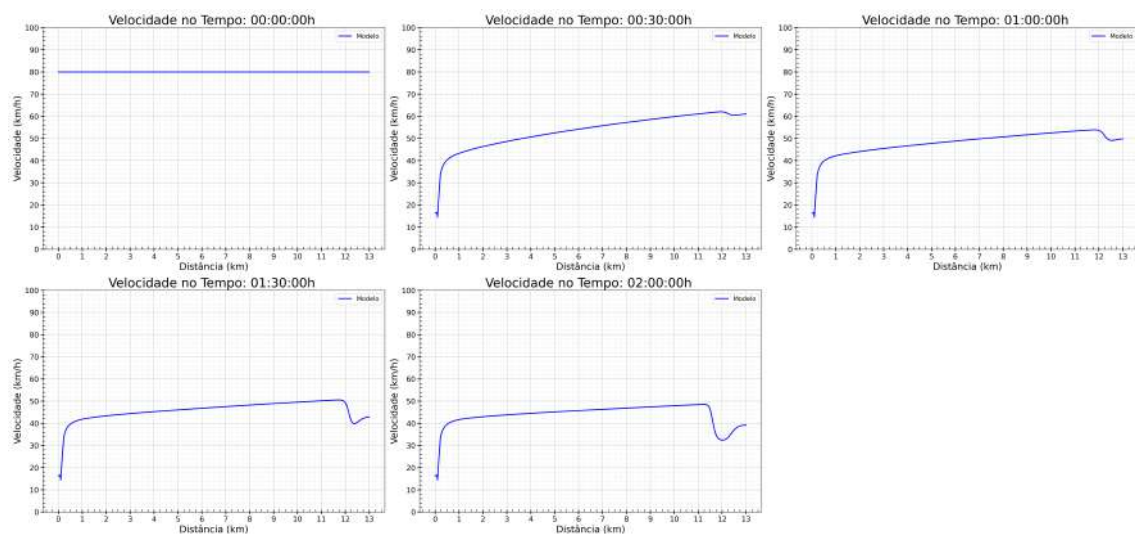


Figura 5.11: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio para uma densidade de entrada constante de 150 veículos/km.

Sentido Niterói

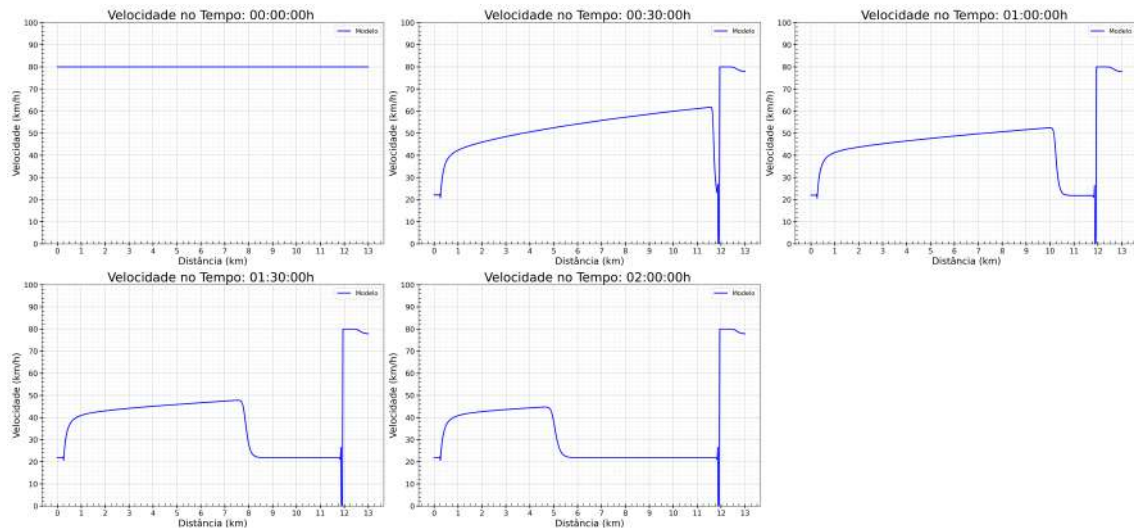


Figura 5.12: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói para uma densidade de entrada constante de 150 veículos/km.

Neste último caso, confirma-se o comportamento identificado para a densidade de 120 veículos/km: a via encontra-se saturada, impossibilitando um aumento significativo na vazão de saída. No sentido Rio, a velocidade permanece reduzida nos trechos de gargalo, enquanto o tempo de travessia atinge um valor praticamente constante, indicando que a capacidade máxima da via já foi atingida.

No sentido Niterói, os congestionamentos se tornam ainda mais pronunciados, com um acúmulo significativo de veículos antes da praça do pedágio. A recuperação da velocidade após essa região é mínima, reforçando a limitação imposta pela saturação da via. Esse comportamento sugere que, para densidades acima desse valor, o impacto das restrições geométricas se mantém constante, sem variações expressivas no fluxo médio ao longo da via.

Assim, esse cenário reforça a conclusão de que, acima de certo limite de densidade, o fluxo não pode mais ser ampliado e a via opera em um estado de congestionamento contínuo. A partir desse ponto, o aumento da densidade resulta apenas em um crescimento no tempo de travessia e na formação de filas cada vez maiores antes dos trechos críticos.

Comparação de Resultados

Para comparar os resultados, serão utilizados dois parâmetros principais: a vazão na saída da via e o tempo de travessia. Esses indicadores permitem avaliar a variação do fluxo em cada cenário e a progressão da saturação ao longo do aumento da densidade de entrada.

50 veículos/km

Sentido Rio

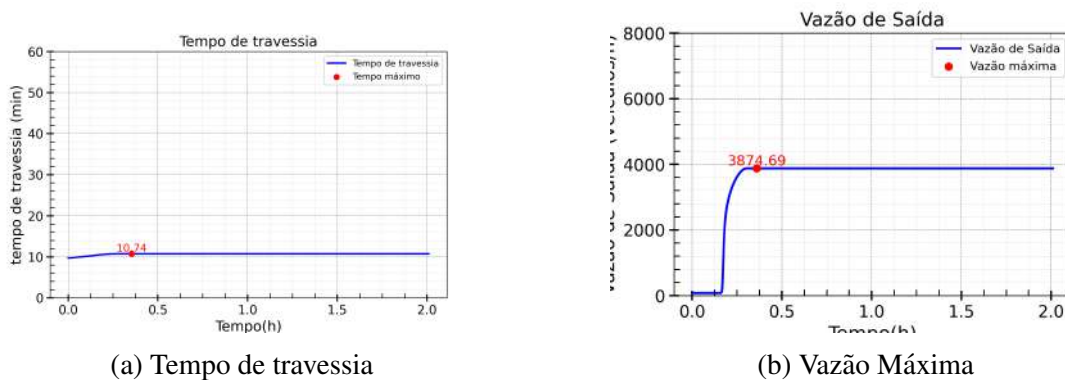


Figura 5.13: Variação do tempo de Travessia e Vazão no sentido Rio para Densidade de Entrada Constante de 50 veículos/km

Para uma densidade de 50 veículos/km, observa-se um comportamento típico de fluxo livre. O tempo de travessia permanece praticamente constante, uma vez que não há congestionamentos limitando a progressão dos veículos. Além disso, a vazão mantém-se estável ao longo do tempo, indicando que a via opera com folga, sem a formação de filas significativas. Esse cenário reflete um regime de tráfego onde a capacidade da via não é um fator limitante para a fluidez do trânsito.

No sentido Niterói, a tendência observada é semelhante. A ausência de gargalos ou trechos críticos faz com que a velocidade média dos veículos permaneça elevada, garantindo um tempo de travessia reduzido. A vazão, por sua vez, segue constante e compatível com a demanda imposta pela densidade de entrada. Esse comportamento evidencia que, em condições de baixa ocupação, a infraestrutura viária é plenamente capaz de suportar o fluxo sem impactos negativos sobre os usuários.

75 veículos/km
Sentido Rio

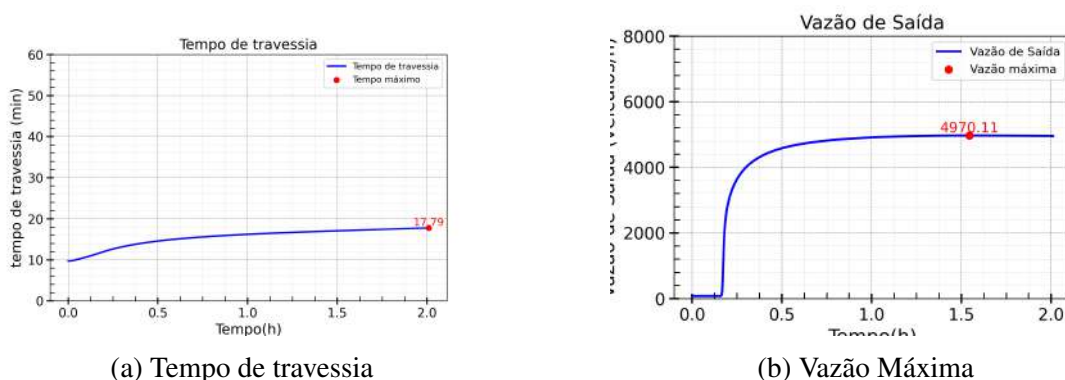


Figura 5.14: Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio para Densidade Constante de Entrada de 75 veículos/km

Com o aumento da densidade para 75 veículos/km, já se nota uma leve tendência de crescimento no tempo de travessia. A elevação no número de veículos faz com que

interações entre motoristas se tornem mais frequentes, reduzindo gradualmente a velocidade média da via. Apesar disso, a vazão ainda se mantém próxima ao valor máximo possível, o que sugere que a via ainda opera sem restrições severas.

No sentido Niterói, o comportamento segue um padrão semelhante, com o tempo de travessia apresentando uma leve elevação. Esse acréscimo, embora pequeno, indica que os primeiros sinais de impacto na fluidez do tráfego começam a surgir. A vazão, por outro lado, mantém-se próxima ao valor máximo teórico, demonstrando que a infraestrutura viária ainda suporta bem a demanda sem necessidade de medidas mitigadoras.

100 veículos/km

Sentido Rio

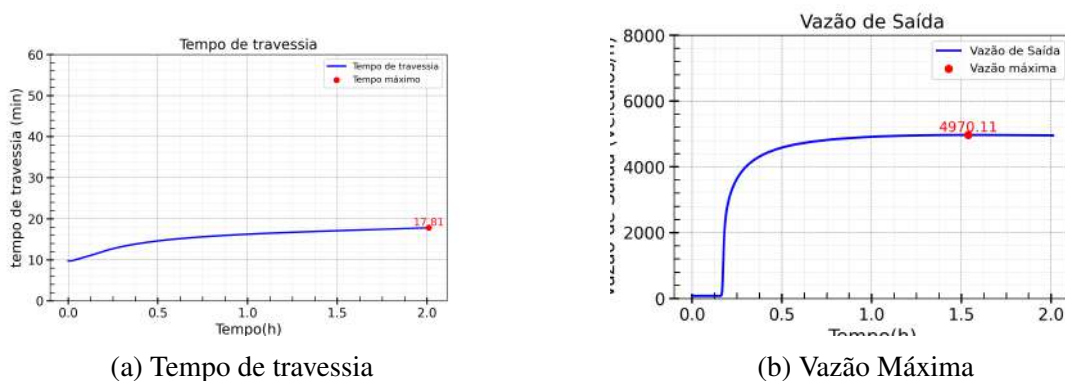


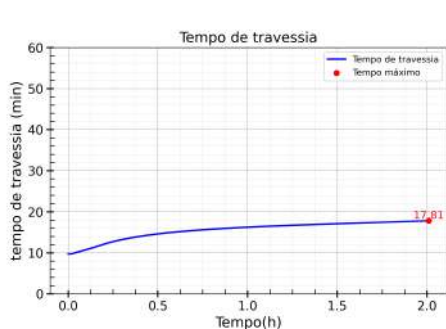
Figura 5.15: Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio com Densidade de Entrada Constante de 100 veículos/km

Com 100 veículos/km, a via atinge sua condição de fluxo máximo. A vazão atinge o pico e se estabiliza, indicando que a infraestrutura encontra-se no limite da sua capacidade teórica. O tempo de travessia, por outro lado, mostra um crescimento mais expressivo em relação aos casos anteriores, sinalizando o impacto do tráfego mais intenso sobre a dinâmica de deslocamento.

No sentido Niterói, esse comportamento se repete. A proximidade do limite da capacidade da via faz com que a fluidez já não seja tão uniforme, resultando em uma maior variabilidade na velocidade dos veículos ao longo do percurso. Nesse ponto, medidas de gerenciamento de tráfego podem começar a ser consideradas para mitigar os efeitos do aumento de densidade.

120 veículos/km

Sentido Rio



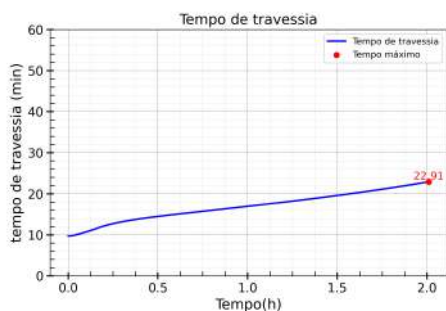
(a) Tempo de travessia



(b) Vazão Máxima

Figura 5.16: Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio Densidade de Entrada Constante de 120 veículos/km

Sentido Niterói



(a) Tempo de travessia

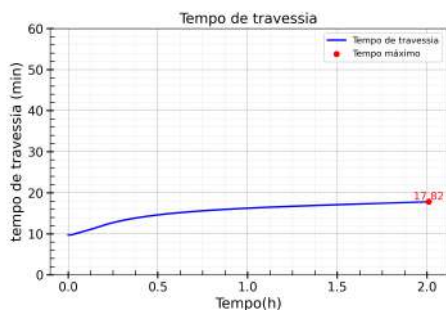


(b) Vazão Máxima

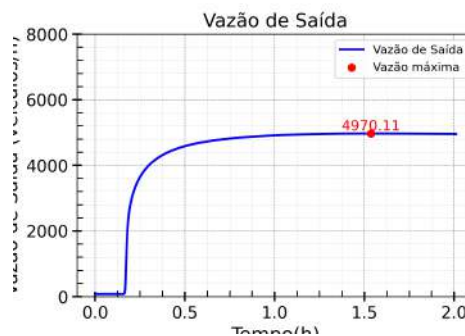
Figura 5.17: Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Niterói com Densidade de Entrada Constante de 120 veículos/km

150 veículos/km

Sentido Rio



(a) Tempo de travessia



(b) Vazão Máxima

Figura 5.18: Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Rio com Densidade de Entrada Constante de 150 veículos/km

Sentido Niterói

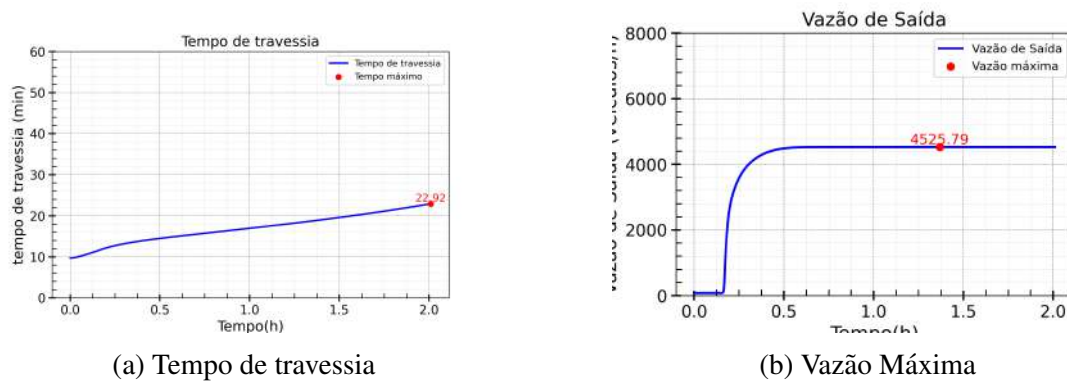


Figura 5.19: Variação do tempo de Travessia e Vazão no Sentido Niterói com Densidade de Entrada de Constante de 150 veículos/km

A análise dos casos de 120 e 150 veículos/km segue a mesma tendência, com a vazão já estabilizada e o tempo de travessia estável, demonstrando que é o limite da via. Esses cenários caracterizam-se pela saturação da via, onde o fluxo já não pode ser ampliado, e os congestionamentos passam a ser constantes.

5.2.2 Variação da Densidade de Entrada

Foram considerados dois perfis distintos de variação da vazão de entrada. O primeiro caracteriza-se por um aumento seguido de estabilização da vazão, enquanto o segundo apresenta um aumento inicial, estabilização e posterior redução da vazão. Esse último perfil reflete de maneira mais realista o comportamento observado no tráfego urbano, no qual a quantidade de veículos ingressando na via varia ao longo do tempo.

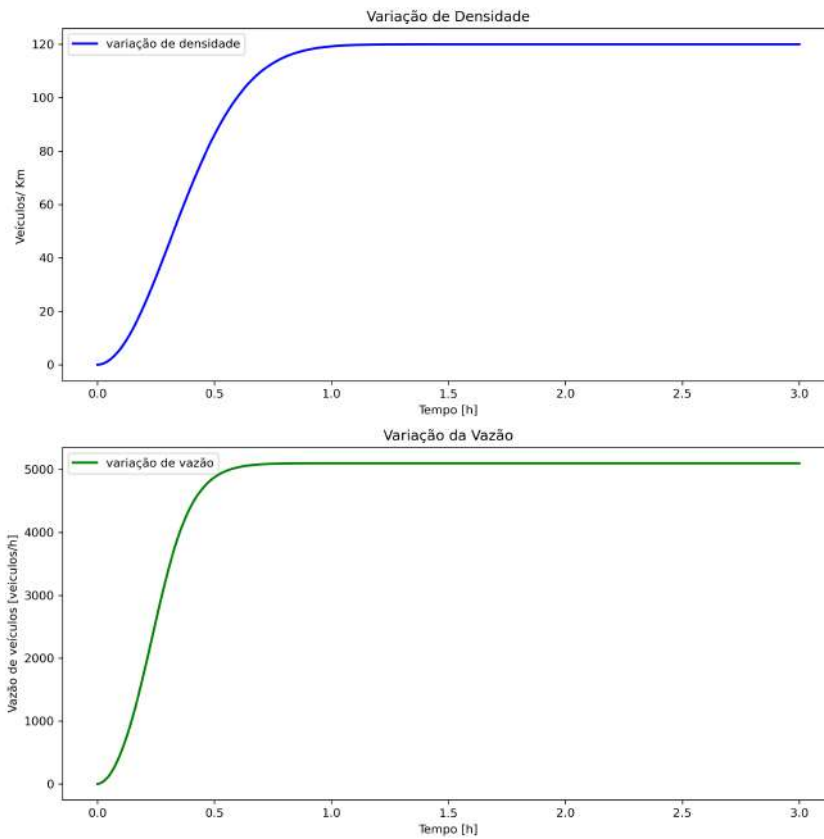


Figura 5.20: Perfil 1 de Variação da Densidade de Entrada

O primeiro perfil representa um fluxo que se eleva progressivamente até atingir um patamar estável, mantendo-se constante por um período prolongado. Esse comportamento pode ser associado a situações como vésperas de feriados prolongados, quando a demanda por deslocamentos se mantém elevada durante um longo intervalo de tempo.

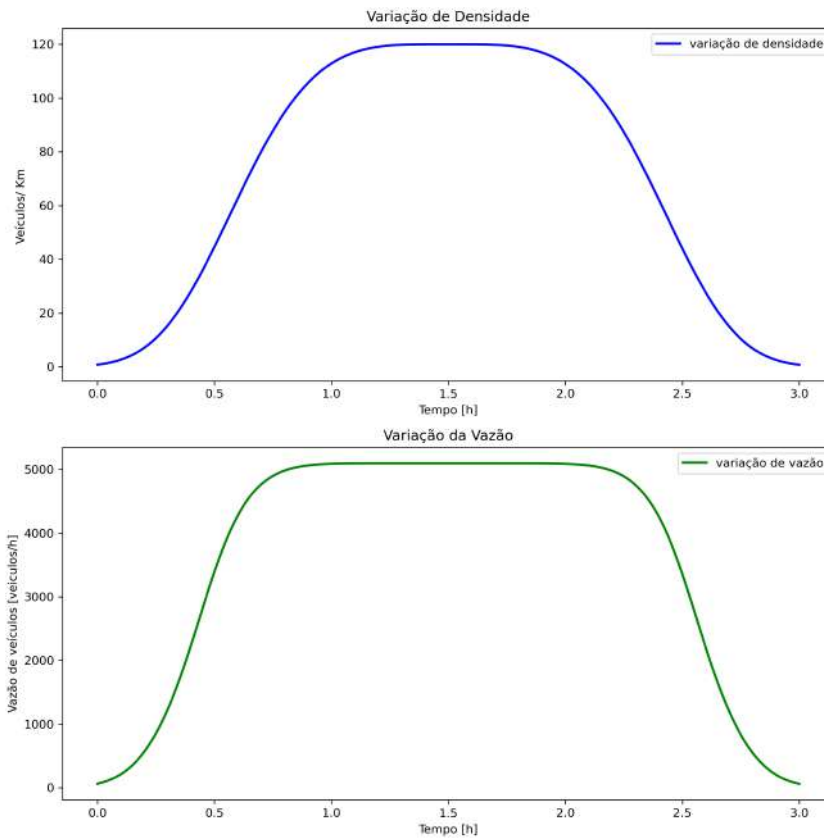


Figura 5.21: Perfil 2 de Variação da Densidade de Entrada

O segundo perfil, por sua vez, reflete um cenário mais comum no tráfego urbano diário. Inicialmente, a vazão cresce até atingir um pico, seguido por uma redução gradual. Esse padrão é típico de horários de rush, como o período entre 5h30 e 8h30 no sentido Rio e entre 16h30 e 19h30 no sentido Niterói, nos quais há um aumento progressivo da demanda, seguido por uma diminuição conforme o fluxo de veículos se dissipa.

Sentido Niterói

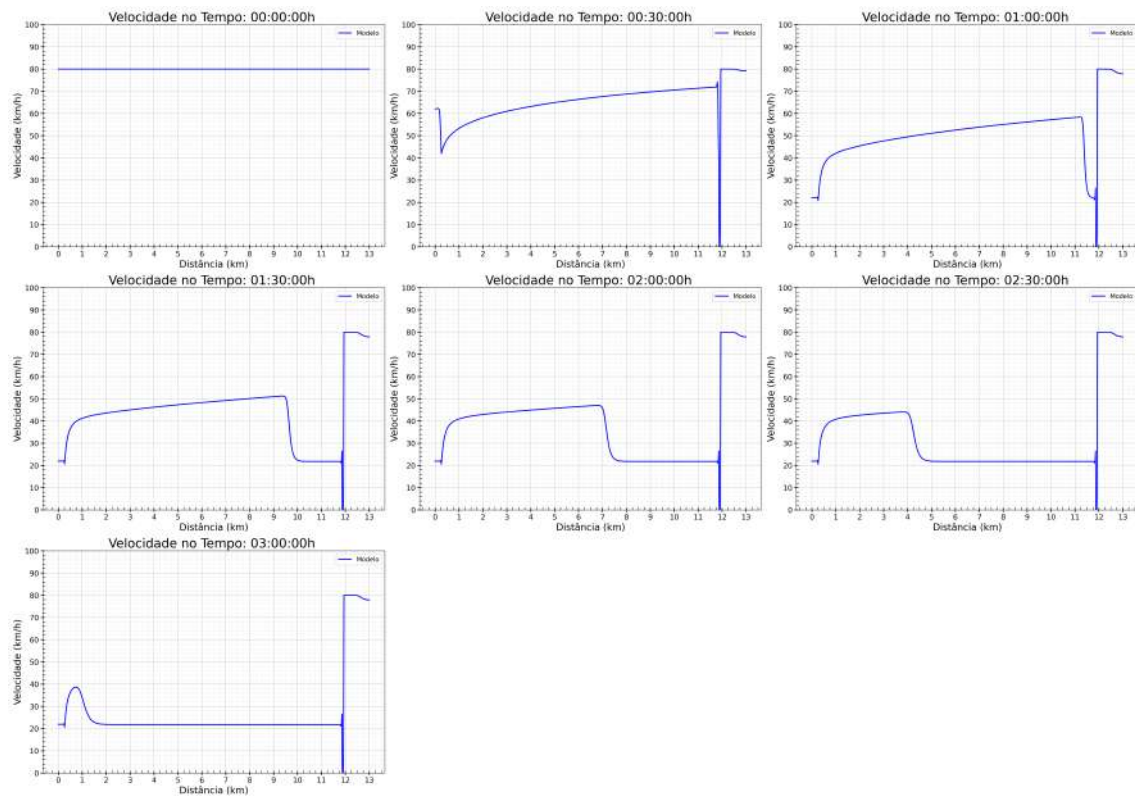


Figura 5.22: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com Variação da densidade de entrada conforme Perfil 1

No primeiro perfil, observa-se inicialmente um fluxo reduzido, seguido por um aumento progressivo do tempo de travessia a partir de 1 hora de simulação. O tempo máximo registrado ocorre após 3 horas, atingindo um valor de 22 minutos. Esse comportamento indica uma saturação progressiva da via à medida que a densidade de entrada cresce ao longo do tempo.

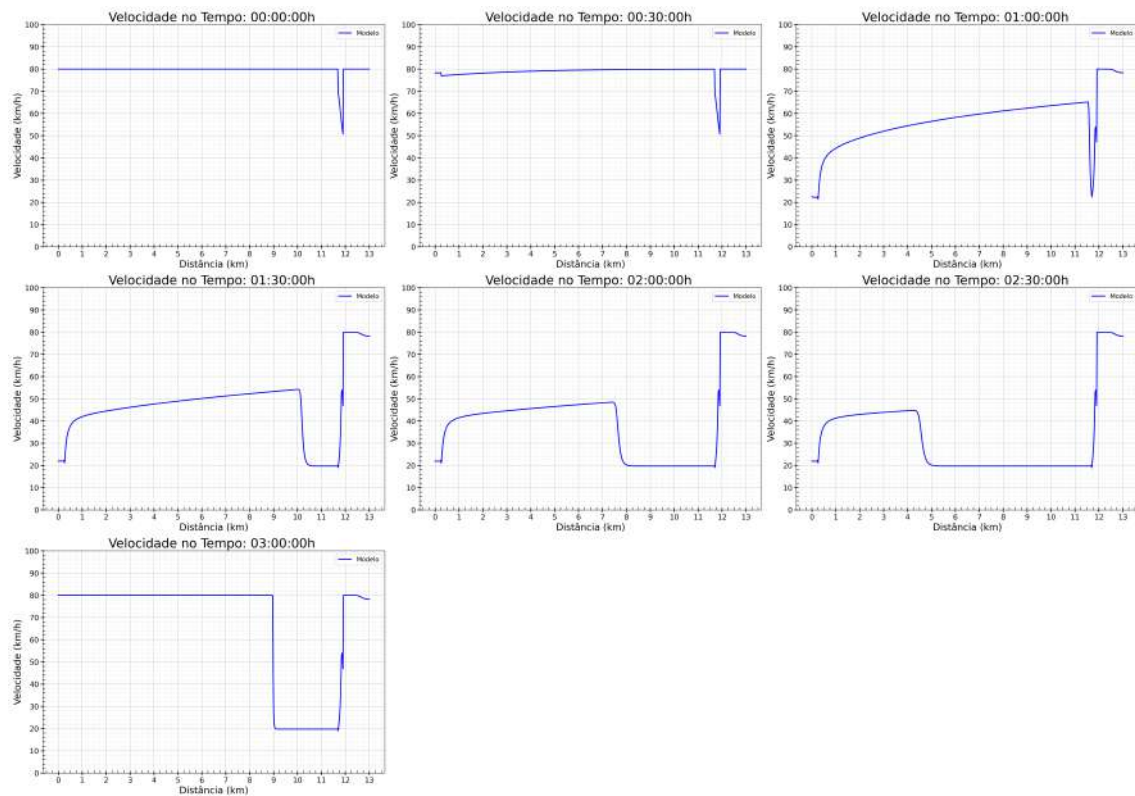


Figura 5.23: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com Variação na densidade de entrada conforme Perfil 2

No segundo perfil, que representa uma variação de fluxo mais condizente com o tráfego urbano diário, observa-se um pico no tempo de travessia de 18 minutos, seguido por uma redução gradual. Esse comportamento era esperado, uma vez que a diminuição da vazão de entrada reduz a interação entre os veículos, permitindo uma recuperação da fluidez no sistema viário.

Sentido Rio

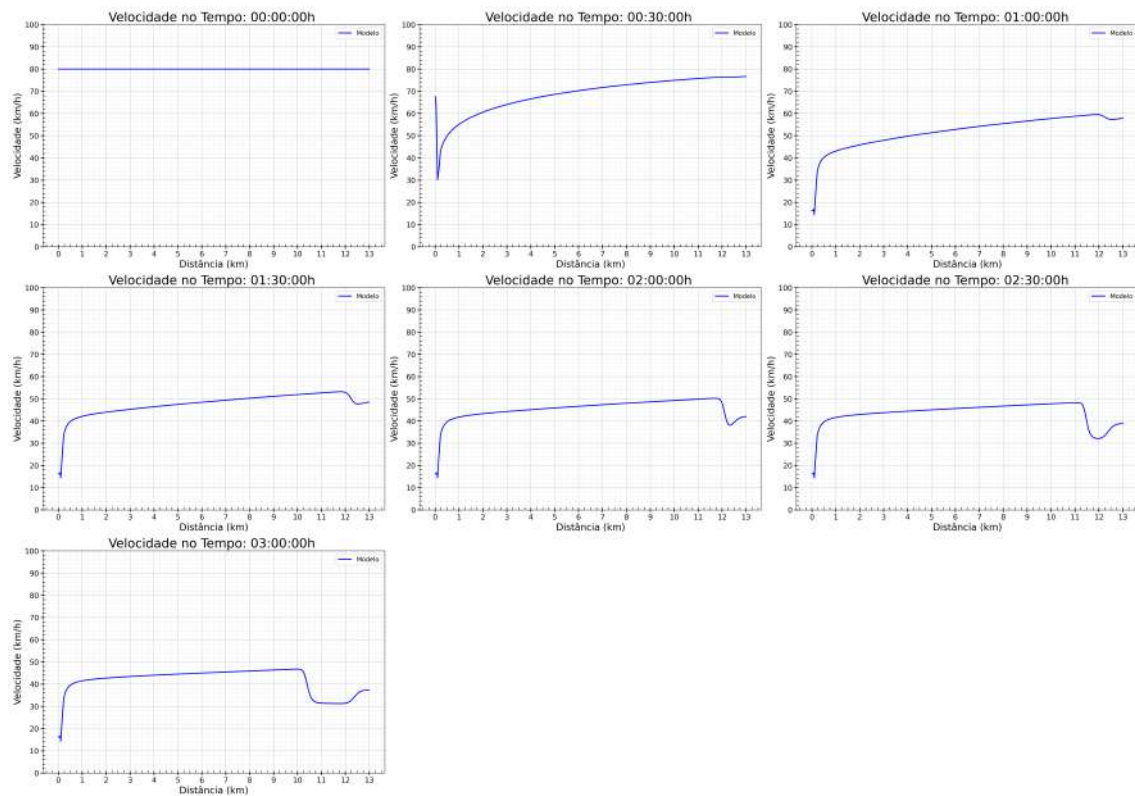


Figura 5.24: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com variação da densidade de entrada conforme Perfil 1

No sentido Rio, observa-se um aumento significativo no tempo de travessia, de forma mais acentuada em comparação ao sentido Niterói. O tempo máximo registrado atinge 40 minutos, evidenciando um impacto expressivo da elevação da densidade de entrada sobre a fluidez do tráfego. Além disso, nota-se uma redução na velocidade média ao longo de toda a via, indicando a formação de congestionamentos progressivos.

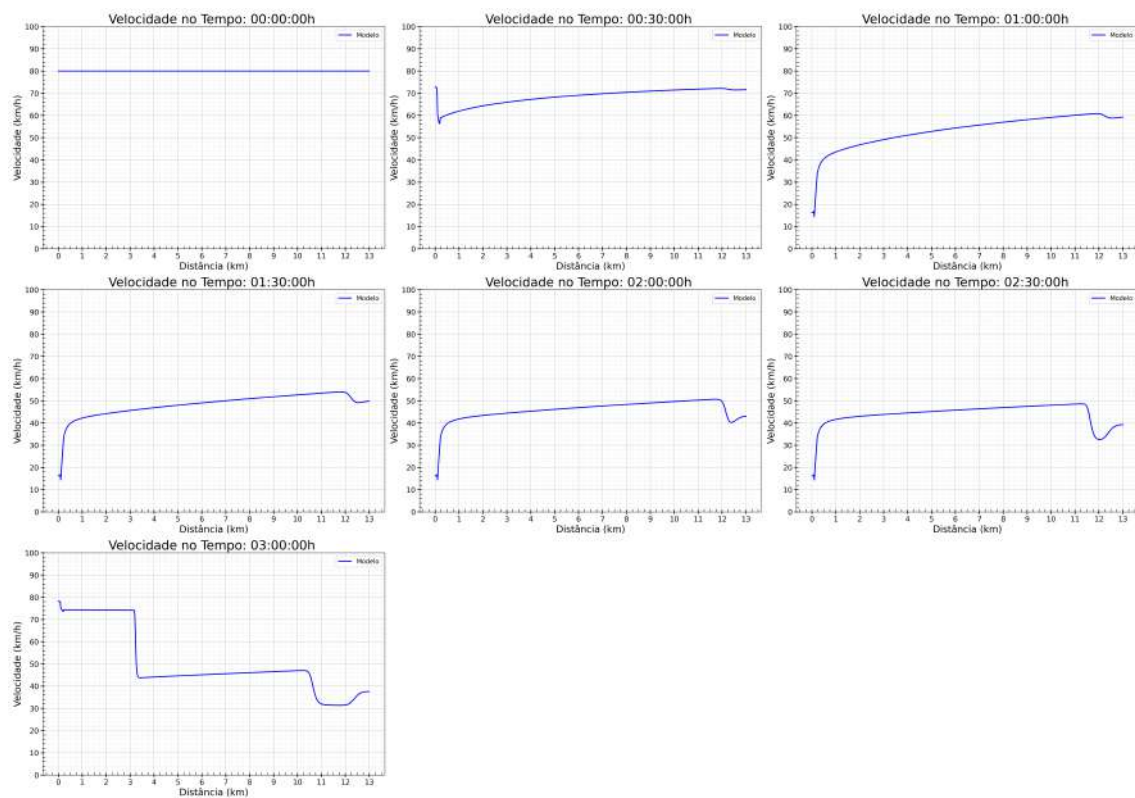


Figura 5.25: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com variação da densidade de entrada conforme Perfil 2

Para o segundo perfil, a dinâmica segue um comportamento semelhante ao observado no sentido Niterói. O tempo de travessia apresenta um pico de 23 minutos, seguido por uma redução gradual à medida que a vazão de entrada diminui. Esse comportamento sugere que, mesmo com a recuperação parcial da fluidez, a infraestrutura viária ainda enfrenta desafios significativos para absorver variações abruptas na demanda.

5.2.3 Ocorrência de Acidentes

Acidentes de trânsito são eventos frequentes em rodovias e podem impactar significativamente a dinâmica do tráfego. Estudos indicam que, antes da ocorrência de um acidente, é comum observar uma redução gradual na velocidade dos veículos devido a fatores como congestionamento crescente, reações dos motoristas e possíveis obstáculos na via. Logo após o acidente, há uma tendência de aumento repentino da velocidade em algumas regiões da via, especialmente à medida que os veículos que não estão diretamente envolvidos tentam evitar o local da ocorrência. Além disso, esses eventos resultam em um aumento no tempo de travessia da via, afetando a fluidez do tráfego (CHUNG; RECKER, 2012).

A severidade do impacto no fluxo veicular depende de diversos fatores, incluindo o tipo e a localização do acidente, a capacidade da via, a presença de rotas alternativas e

a resposta dos serviços de emergência. A seguir serão demonstrados os resultados das simulações de acidentes na via.

Acidente Bloqueando 1 Pista

Para avaliar o impacto de um incidente sobre a fluidez do tráfego, considera-se um cenário em que um acidente bloqueia uma das pistas da via no quilômetro 10. A densidade de entrada é mantida constante em 150 veículos por quilômetro, e o bloqueio perdura por 30 minutos, iniciando-se no minuto 30 da simulação.

O fechamento parcial da via introduz uma perturbação significativa no fluxo veicular, resultando na formação de uma fila de veículos antes do ponto de bloqueio e uma zona de baixa densidade à frente do acidente. Essa dinâmica é consequência direta da limitação na capacidade de escoamento da via no trecho afetado, que se torna um gargalo temporário no sistema.

Sentido Niterói

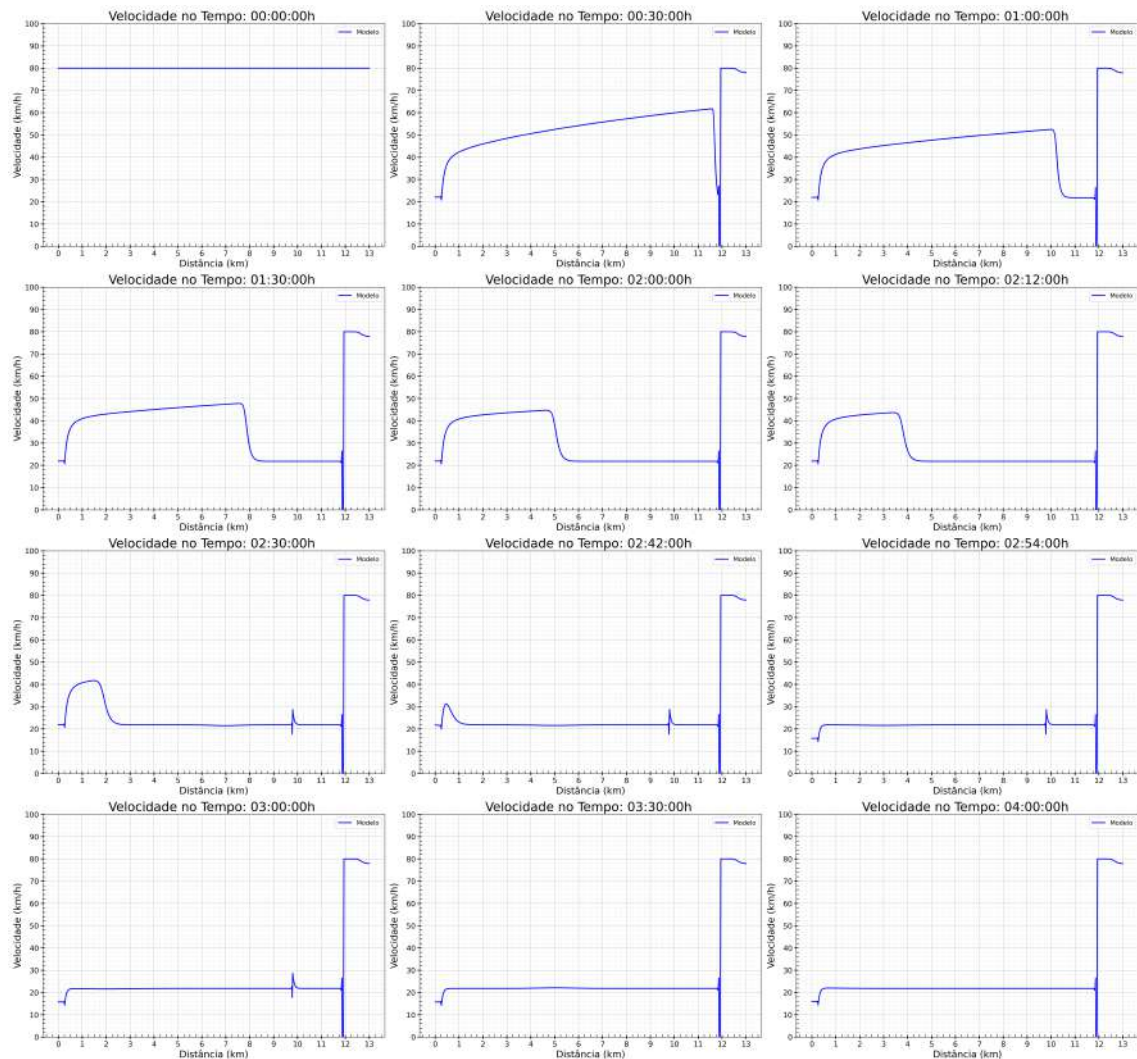


Figura 5.26: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com acidente no 10 km bloqueando 1 pista

No sentido Niterói, observa-se que, imediatamente após o bloqueio da pista, há um acúmulo crescente de veículos na região anterior ao local do acidente. A velocidade média dos veículos reduz-se gradualmente até atingir aproximadamente 20 km/h, refletindo o impacto direto da redução da capacidade da via. Como resultado, uma onda de congestionamento propaga-se a montante, ampliando progressivamente o trecho de lentidão.

Simultaneamente, na região à frente do acidente, há uma redução expressiva na densidade veicular. Os veículos que conseguem atravessar o ponto de bloqueio aceleram rapidamente, aproximando-se da velocidade máxima permitida na via. Esse fenômeno se deve à ausência de restrições adiante e à tentativa dos motoristas de compensar a perda de tempo na zona de retenção.

Após a remoção do bloqueio, observa-se uma recuperação gradual da velocidade e da densidade. No entanto, essa recuperação não ocorre instantaneamente: há um efeito transitório caracterizado por oscilações na densidade e na velocidade devido à liberação repentina do fluxo represado. Esse comportamento é típico de sistemas de tráfego sob congestionamento e demonstra a complexidade das interações entre os veículos em situações de perturbação.

Sentido Rio

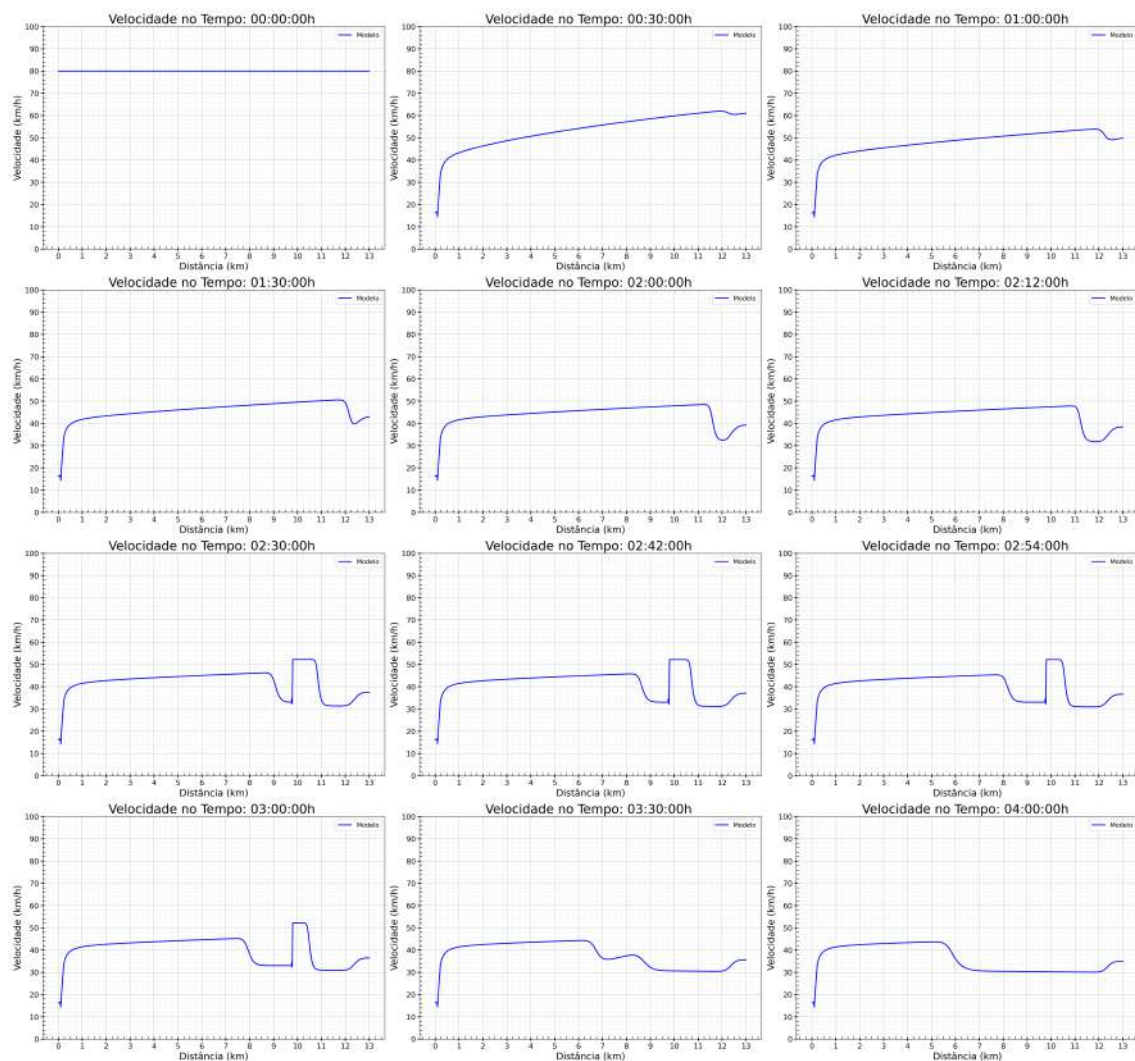


Figura 5.27: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com acidente no 10 km bloqueando 1 pista

O comportamento no sentido Rio segue um padrão semelhante ao do sentido Niterói, com a formação de uma fila significativa de veículos a montante do acidente e uma aceleração brusca dos veículos na região subsequente ao bloqueio.

Dada a elevada densidade de entrada de 150 veículos/km, o impacto do acidente é ainda mais pronunciado, resultando em um congestionamento severo que se propaga rapidamente. A velocidade média antes do acidente reduz-se drasticamente para valores próximos de 20 km/h, enquanto a zona posterior ao bloqueio apresenta uma acentuada dispersão dos veículos, refletindo um regime de fluxo livre.

A remoção do bloqueio desencadeia uma nova fase de ajuste do sistema. A liberação repentina do tráfego retido gera uma onda de descarga que percorre a via, promovendo uma recuperação temporária da fluidez. No entanto, ao atingir a extremidade da ponte, a densidade local volta a crescer, levando a uma nova redução na velocidade. Esse efeito é uma consequência da limitação estrutural da capacidade de saída da via, que impede a absorção imediata da onda de veículos liberada após o bloqueio.

Acidente Bloqueando 2 Pistas

Considerando o mesmo cenário anterior, mas agora com um acidente bloqueando duas das pistas da via no quilômetro 10 durante 30 minutos, espera-se um impacto ainda mais severo no fluxo de veículos. O fechamento de duas pistas representa uma redução mais drástica na capacidade da via, tornando o trecho afetado um gargalo ainda mais restritivo. Isso leva a um acúmulo mais rápido de veículos antes do ponto de bloqueio e a um aumento significativo do tempo de travessia.

Sentido Niterói

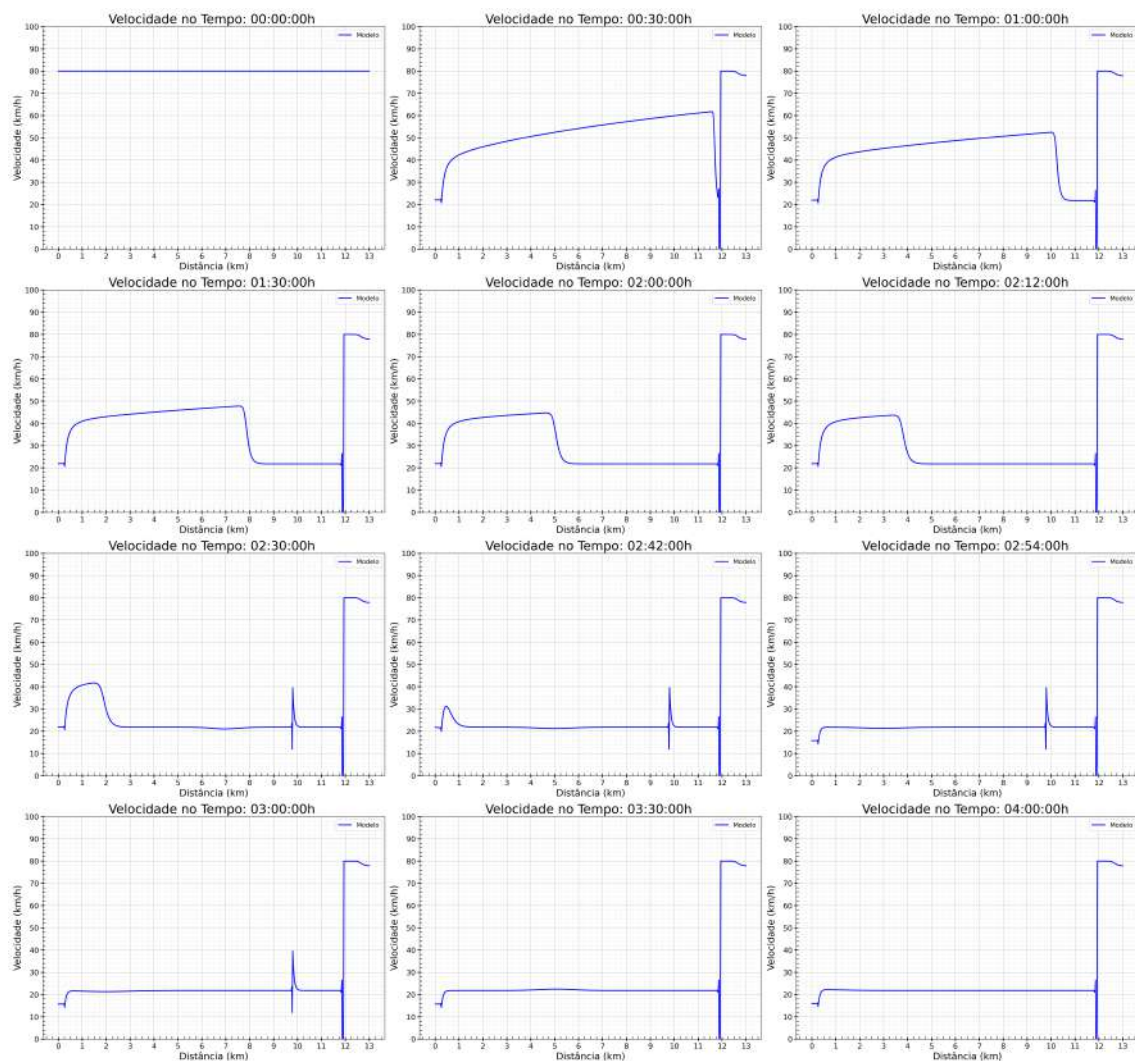


Figura 5.28: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com acidente no 10 km bloqueando 2 pistas

No sentido Niterói, o bloqueio de duas pistas provoca uma desaceleração mais intensa dos veículos antes do acidente, com uma formação ainda mais rápida da onda de congestionamento. Comparado ao caso do bloqueio de apenas uma pista, observa-se uma redução ainda maior na velocidade média dos veículos na fila, que atinge valores mínimos próximos a 10 km/h.

A propagação da onda de congestionamento ocorre de forma mais abrupta, pois o fluxo de veículos que tenta acessar o trecho afetado é restringido em uma escala mais severa. Essa restrição faz com que a fila se expanda mais rapidamente para montante da via, aumentando o tempo de espera dos motoristas antes de conseguirem atravessar o ponto crítico.

Após a liberação da via, observa-se uma recuperação mais demorada da fluidez. Devido ao acúmulo extremo de veículos na zona de retenção, a dissolução da fila ocorre de maneira mais gradual, pois o trecho liberado não consegue escoar rapidamente o volume represado. Esse efeito prolonga o impacto do acidente, mesmo após a remoção do bloqueio.

Sentido Rio

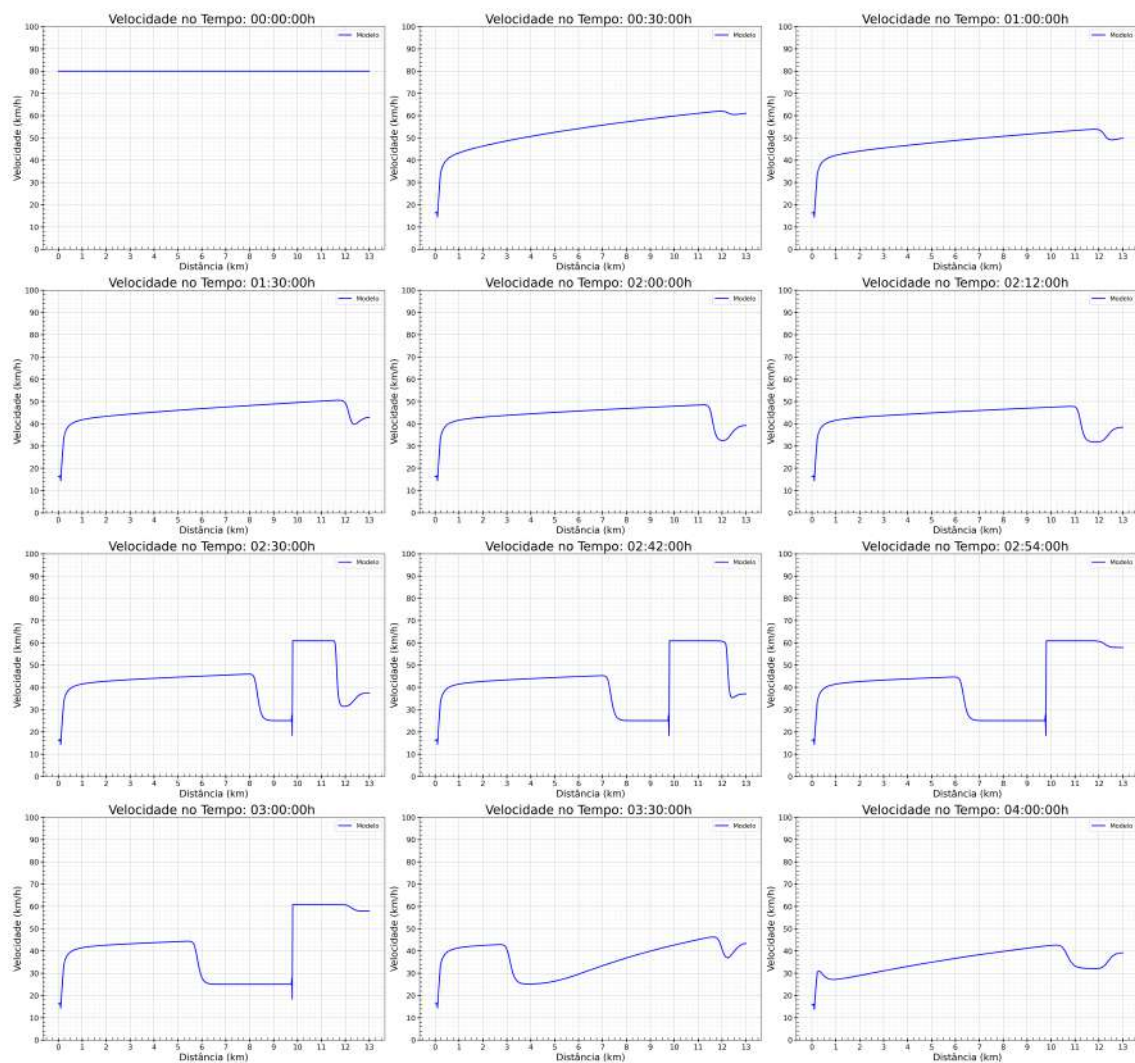


Figura 5.29: Variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com acidente no 10 km bloqueando 2 pistas

O comportamento no sentido Rio segue um padrão semelhante ao do sentido Niterói, mas com uma desaceleração ainda mais acentuada na região anterior ao acidente. A

análise da Figura 5.29 revela que a velocidade média dos veículos cai abruptamente para valores inferiores a 10 km/h, enquanto a densidade atinge níveis críticos, superando os valores observados no bloqueio de uma única pista.

O efeito da restrição dupla também gera uma onda de congestionamento que se propaga mais rapidamente para montante da via. Como resultado, os veículos que ainda não entraram na área afetada experimentam uma redução progressiva da velocidade à medida que se aproximam do trecho crítico, agravando ainda mais a extensão do congestionamento.

Na região à frente do acidente, observa-se um padrão típico de dispersão de veículos, com velocidades próximas ao limite máximo permitido. Esse comportamento reflete a ausência de restrições na saída do bloqueio, permitindo que os veículos acelerem rapidamente após atravessar o ponto crítico. No entanto, essa recuperação abrupta pode gerar instabilidades no fluxo, resultando em oscilações na densidade e na velocidade ao longo da via.

Análise Comparativa A principal diferença entre o bloqueio de uma e de duas pistas está na intensidade e na rapidez da formação da onda de congestionamento. Enquanto no caso de uma pista o tráfego ainda consegue fluir parcialmente, no bloqueio de duas pistas a capacidade da via é reduzida drasticamente, levando a tempos de travessia muito mais longos e a um acúmulo mais severo de veículos.

A análise dos gráficos demonstra que os acidentes resultam em mudanças drásticas na densidade e na velocidade antes e após o ponto de colisão. Por exemplo, na Figura 5.29, a velocidade no sentido Rio cai abruptamente para valores muito baixos, enquanto a densidade aumenta significativamente a montante do acidente, evidenciando a gravidade do impacto.

Além disso, a recuperação da fluidez após a liberação da via é mais demorada no caso do bloqueio de duas pistas. O volume de veículos acumulado na fila é maior, tornando o escoamento mais lento e prolongando o efeito do congestionamento mesmo após o término do evento.

5.3 Cenários Hipotéticos

Foram pensados alguns cenários hipotéticos, visando testar e entender como novas dinâmicas poderiam afetar o fluxo de veículos. Esses cenários serão abordados a seguir.

5.3.1 Implementação do Free-Flow

O sistema *free flow* permite a cobrança do pedágio sem que os veículos necessitem parar, permitindo um trânsito mais fluido. Em resumo, são instaladas câmeras que identificam os veículos que passam na via e o valor do pedágio é enviado para os proprietários

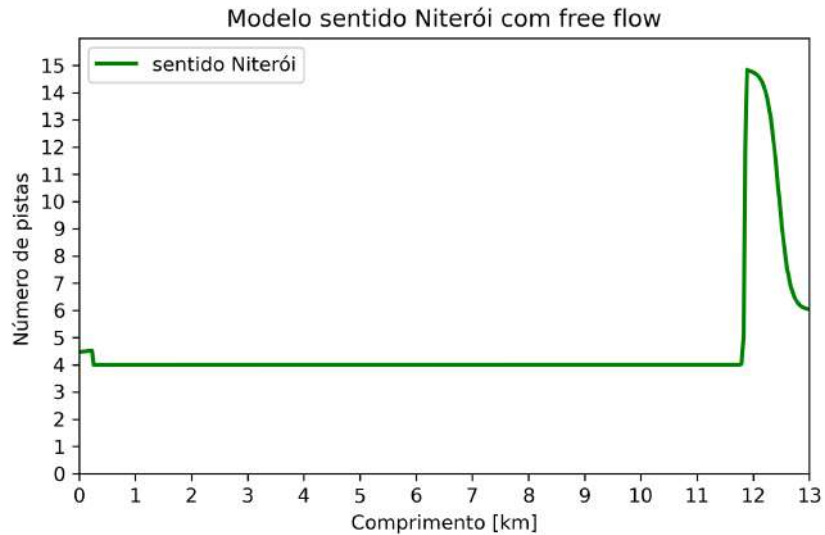


Figura 5.30: Modelo da Ponte Sentido Niterói com o Sistema *Free Flow*

da mesma maneira que multas. Com isso, o motorista não precisa parar na cabine de atendimento e pode seguir livremente. Para modelar a ponte com o sistema *free flow* foi utilizada a mesma modelagem da ponte sentido Niterói, todavia sem a diminuição da quantidade de vias nas proximidades do pedágio e sem a diminuição da velocidade máxima local. Conforme demonstrado na Figura 5.30

Para as simulações, utilizou-se uma densidade constante de 150 veículos/km.

Os Resultados de Variação da velocidade ao longo do tempo estão na imagem abaixo:

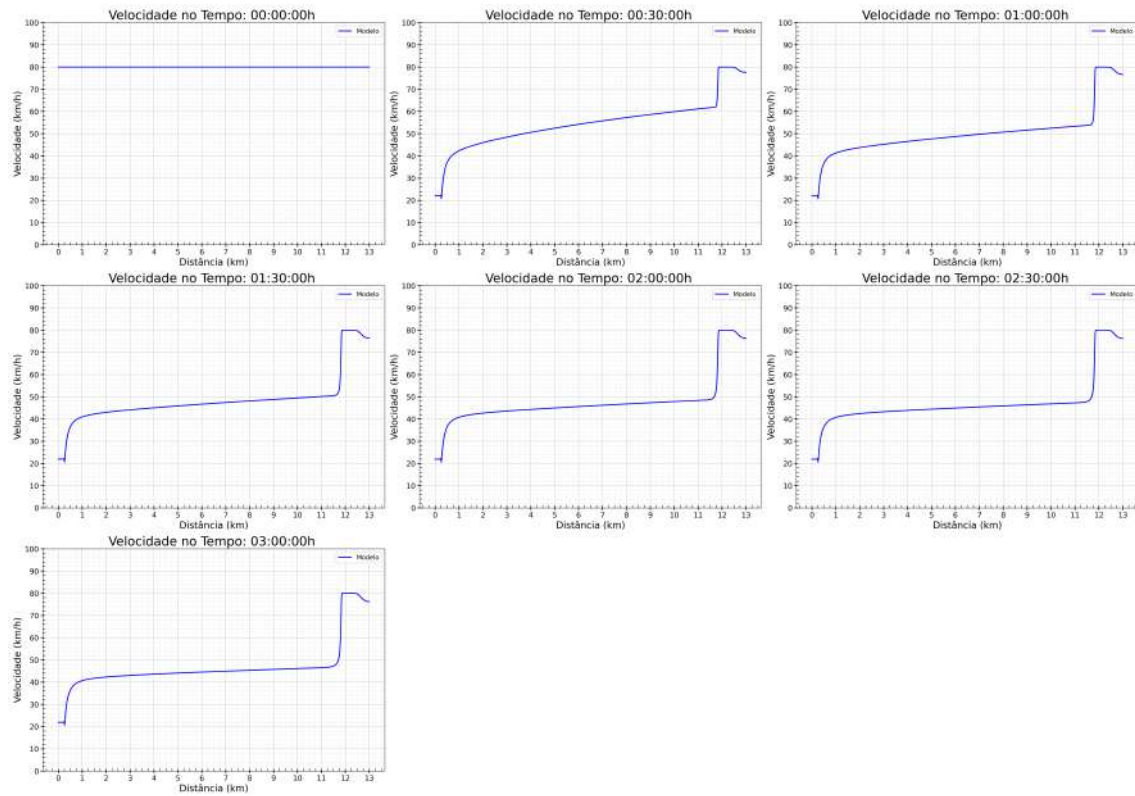


Figura 5.31: Variação da Velocidade ao longo do tempo com o sistema *free flow*

Percebe-se que a diminuição de velocidade que antes existia nas proximidades do pedágio não ocorre, todavia, há um pequeno gargalo no fim da via, causando uma diminuição local da velocidade. Além disso, percebe-se um aumento de velocidade nas proximidades da antiga praça do pedágio, devido ao maior número de faixas de rolamento. Também é possível observar a variação do tempo de travessia e da vazão de saída ao longo do tempo e compará-los com o sistema de pedágio atual.

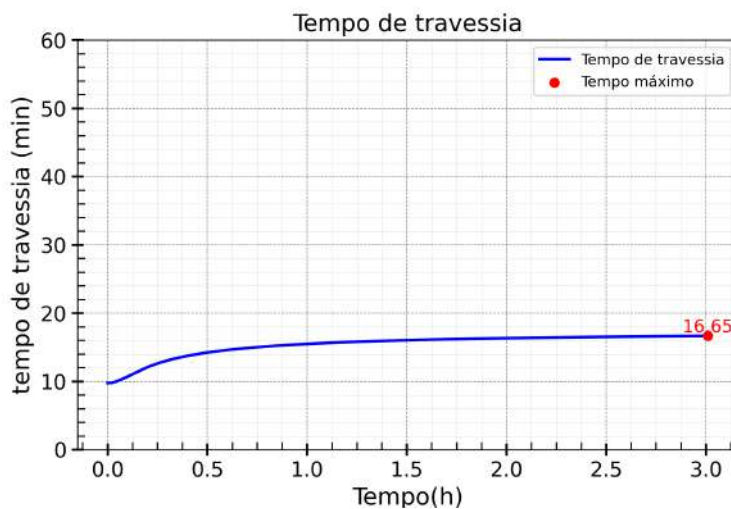


Figura 5.32: Variação do Tempo de Travessia ao longo do Tempo

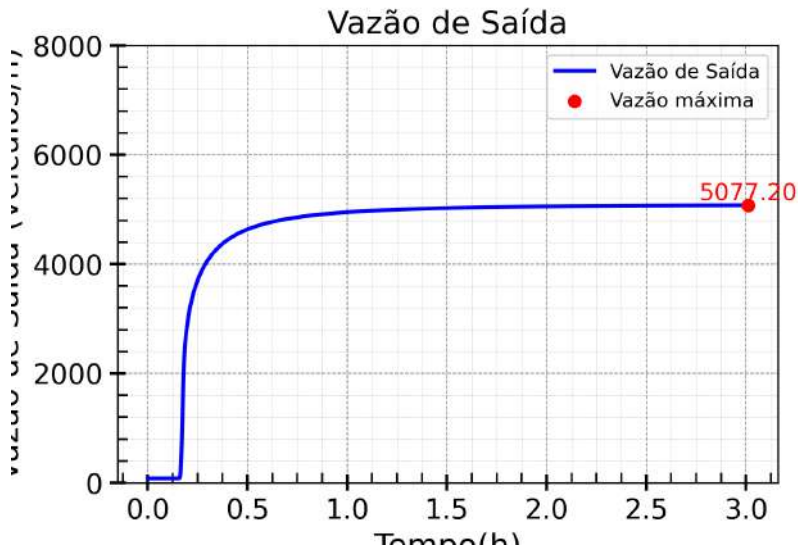


Figura 5.33: Variação do Fluxo de Saída ao longo do Tempo

Comparando os sistemas, é possível constatar que a implementação do sistema free flow apresentou uma redução de 35% no tempo máximo de travessia, além de um fluxo de saída 15% maior no caso estudado.

5.3.2 Mudanças na Velocidade Máxima

Atualmente a ponte Rio-Niterói possui uma velocidade máxima de 80km/h , o valor considerado para vias de trânsito rápido no Brasil, todavia é comum haver críticas a esse limite de velocidade, algumas pessoas indicando que seria mais interessante aumentar o limite, para 100km/h , com o intuito de chegar mais rápido em casa, enquanto outros sugerem que isso aumentaria a chance de acidentes, e que o ideal seria diminuir o limite, para 60km/h , por exemplo, mas qual seria o mais adequado? As simulações a seguir buscam estudar os efeitos de ambas as mudanças. Para tal foi considerada a mesma relação concentração-velocidade, somente modificando a velocidade máxima de fluxo livre u_f , essa modificação, todavia, não altera a densidade de fluxo máximo k_m nem a densidade de engarrafamento k_j . A relação está demonstrada no gráfico 5.34:

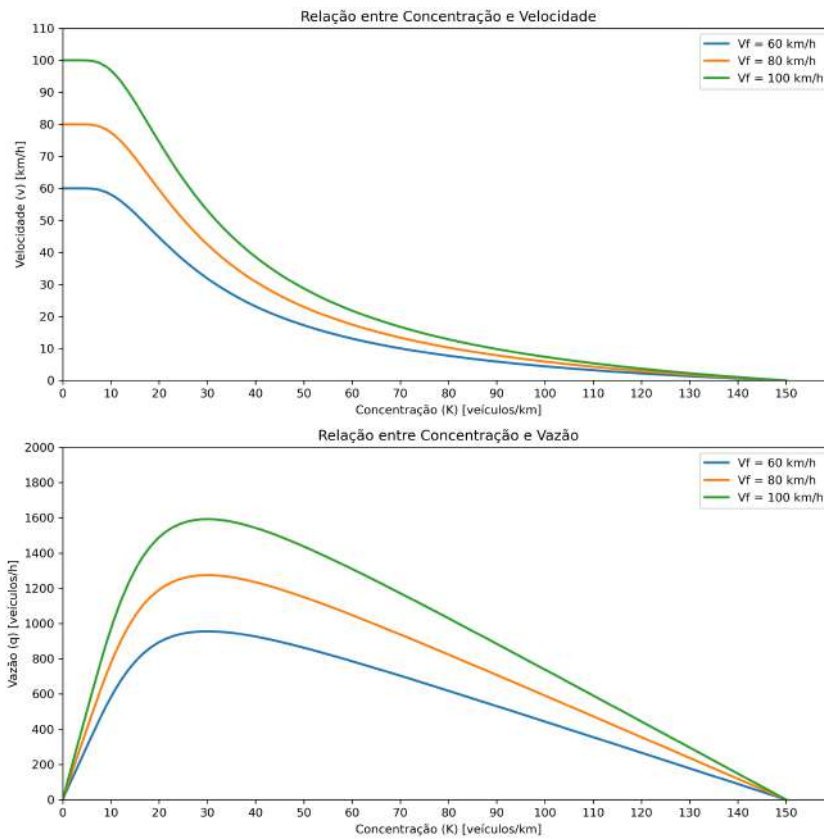


Figura 5.34: Gráfico Concentração-Velocidade e Concentração-Vazão para distintas velocidades máximas

Para as simulações, foi considerado o sistema de pedágio convencional e não o sistema *free flow*. abordado no item anterior.

Velocidade Máxima de 60 km/h

Os resultados de variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói , com velocidade limitada a 60km/h estão na Figura 5.35:

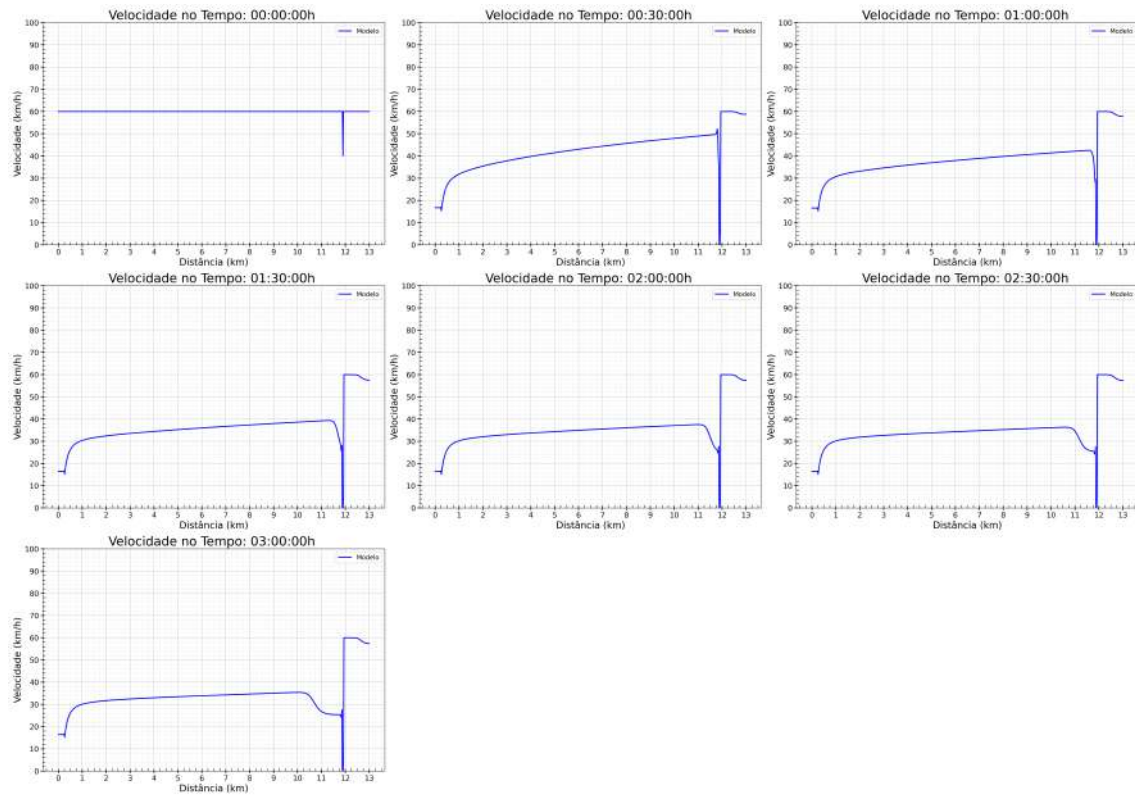


Figura 5.35: Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 60km/h

Conforme era esperado, no início da simulação, os veículos estão próximos à velocidade máxima da via e essa velocidade vai diminuindo ao longo do tempo, tanto na entrada como na saída, devido aos gargalos existentes. O mesmo processo ocorre para todos os casos aqui apresentados, porém variando a intensidade. Os resultados de variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio, com velocidade limitada a 60km/h estão na Figura 5.36:

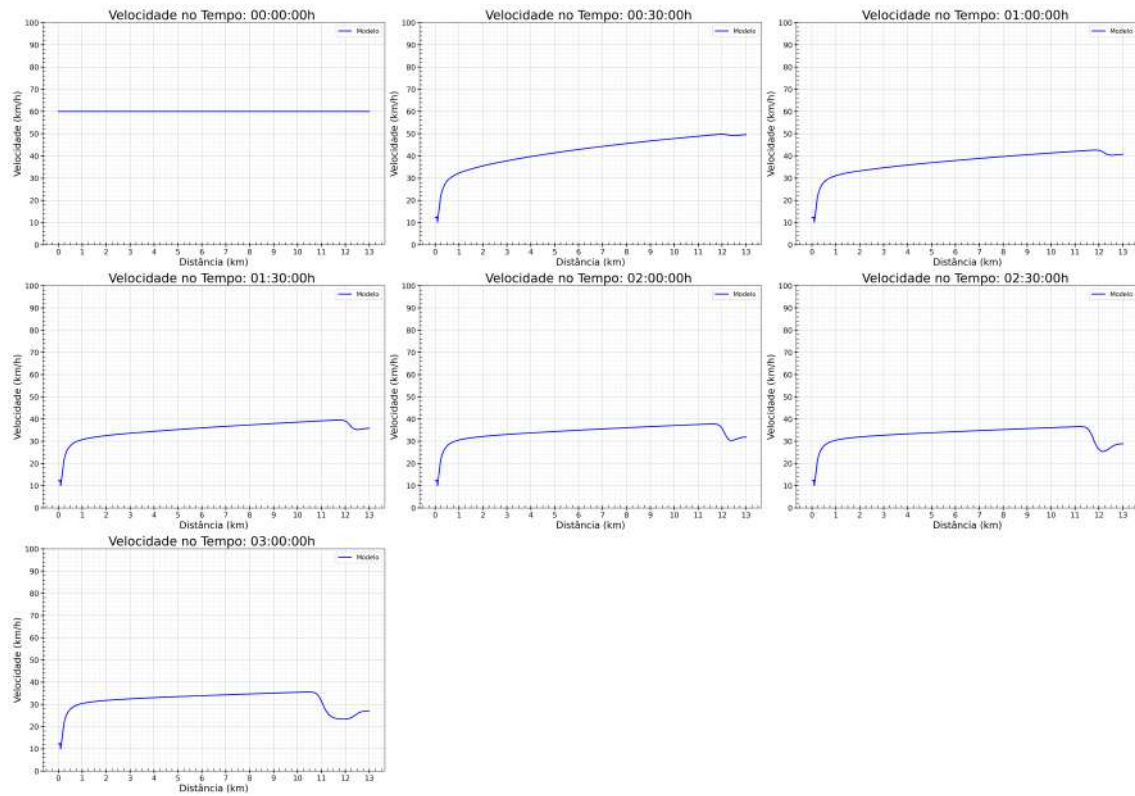


Figura 5.36: Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 60km/h

Velocidade Máxima de 100km/h

Os resultados de variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói , com velocidade limitada a 100km/h estão na Figura 5.37:

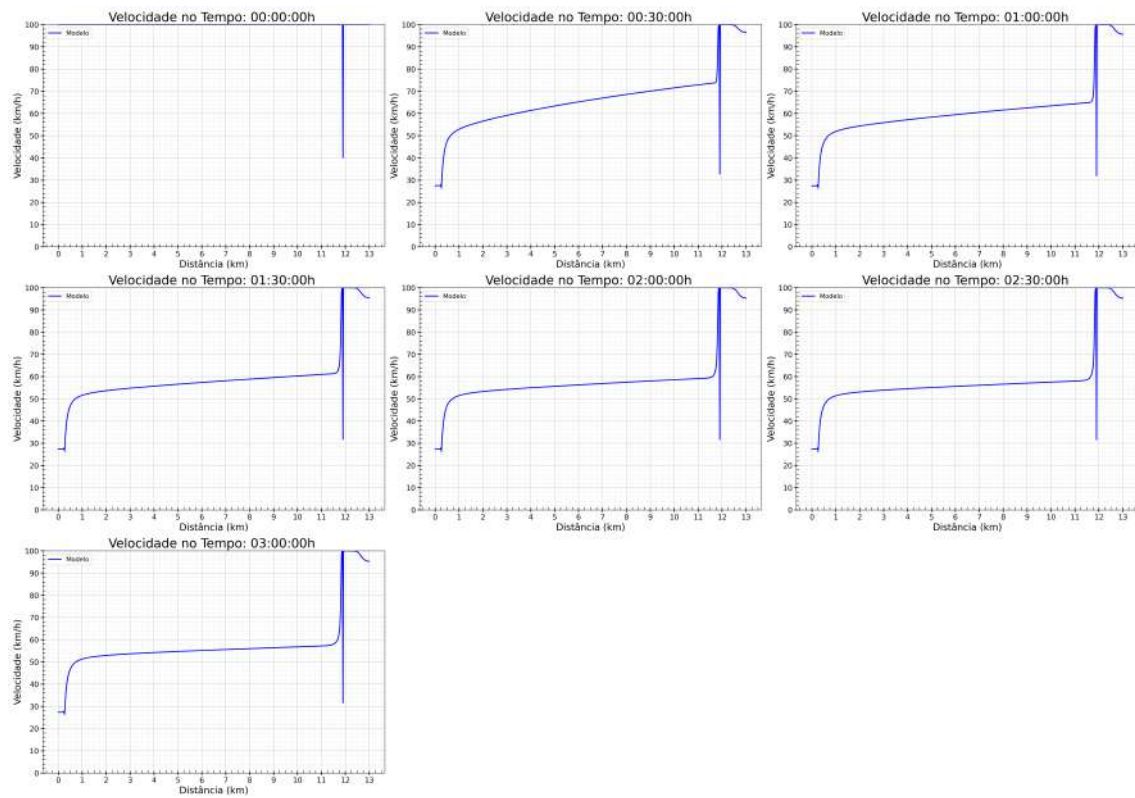


Figura 5.37: Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 100km/h

Os resultados de variação da velocidade ao longo do tempo no sentido Rio, com velocidade limitada a 100km/h estão na Figura 5.38:

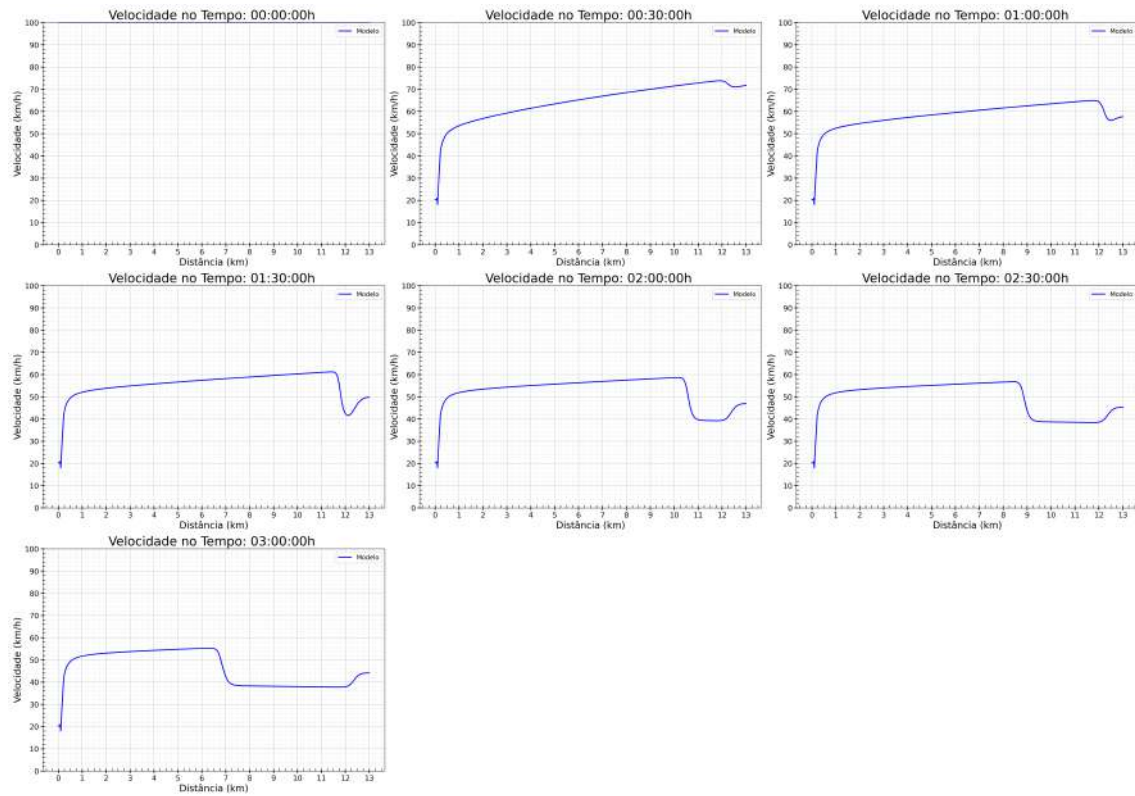


Figura 5.38: Variação da Velocidade ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 100km/h

Comparação de Velocidades

Para entender qual velocidade máxima mais adequada para a via, iremos utilizar a princípio dois parâmetros: o tempo de travessia e a vazão de veículos na saída, de maneira que será considerado o mais adequado aquele com menor tempo de travessia e maior vazão na saída. As Figuras 5.39, 5.40 e 5.41, mostram, respectivamente, a variação dos tempos de travessia para as velocidades máximas de 60km/h , 80km/h e 100km/h , nos sentidos Rio e Niterói.

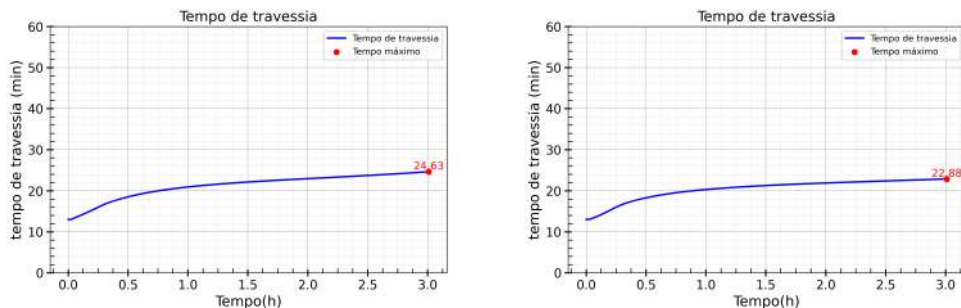


Figura 5.39: Variação do tempo de travessia ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de 60km/h

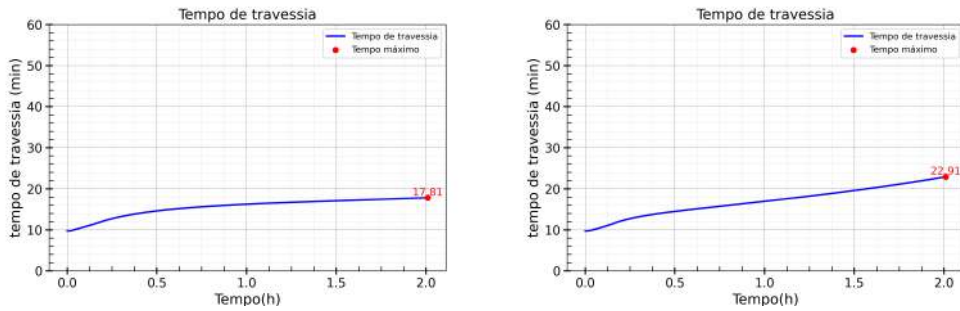


Figura 5.40: Variação do tempo de travessia ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de $80km/h$

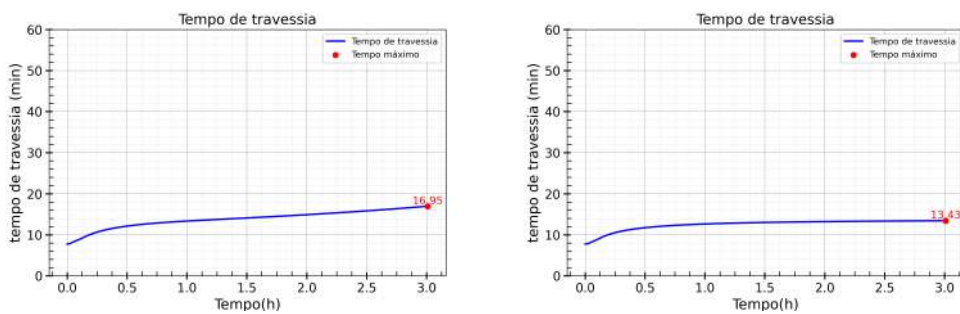


Figura 5.41: Variação do tempo de travessia ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de $100km/h$

Ao analisar esses dados pode-se perceber que o caso com $100km/h$ apresenta o menor tempo de travessia no sentido rio, enquanto o com $60km/h$ apresenta o menor tempo no sentido Niterói; porém o caso com limite de $100km/h$ possui uma tendência de estabilização nesse tempo, enquanto os demais possuem uma tendência ainda de aumento do tempo de travessia.

Agora será comparada a vazão de saída para cada caso. As Figuras 5.42, 5.43 e 5.44 mostram, respectivamente, a variação dos tempos de travessia para as velocidades máximas de $60km/h$, $80km/h$ e $100km/h$, nos sentidos Rio e Niterói.

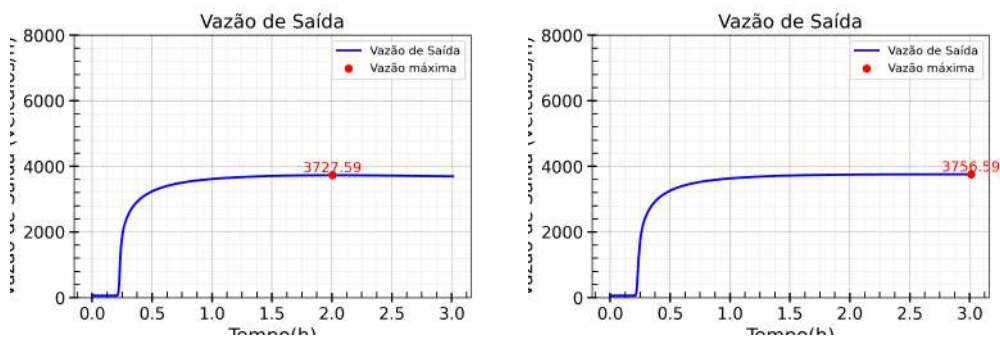


Figura 5.42: Variação da vazão de saída ao longo do tempo no sentido Niterói com velocidade máxima de $60km/h$

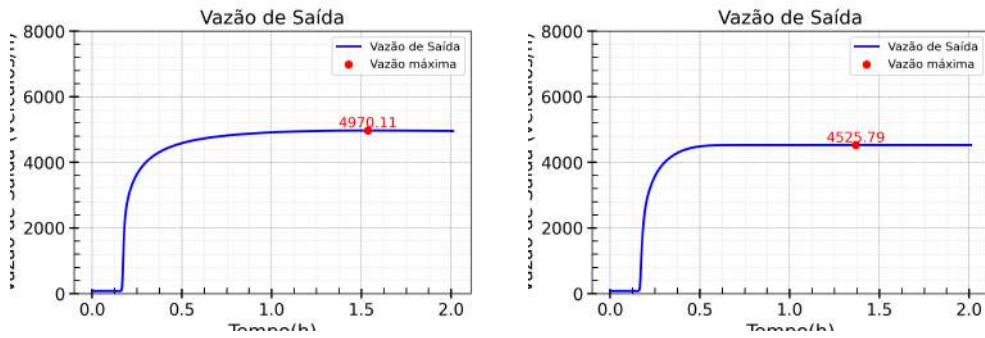


Figura 5.43: Variação da vazão de saída ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 80km/h

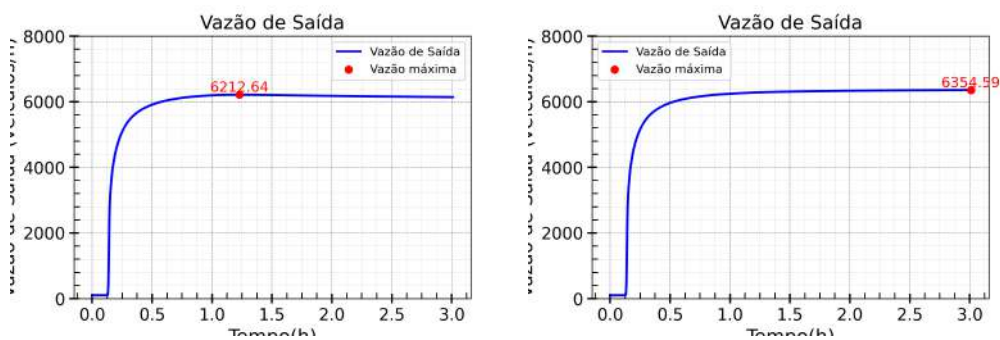


Figura 5.44: Variação da vazão de saída ao longo do tempo no sentido Rio com velocidade máxima de 100km/h

Ao analisar esses dados, pode-se perceber que o caso com velocidade máxima de 100km/h apresenta a maior vazão de saída, sendo esta vazão cerca de 24% maior do que o caso atual, com limite de velocidade de 80km/h .

Além desses resultados, é importante trazer que uma maior velocidade apresentaria, a princípio, uma maior probabilidade de haver acidentes na via, o que, como foi apresentado no item 5.2.3, impacta significativamente as velocidades e, conseqüentemente, o tempo de travessia e a vazão.

Assim, o mais adequado seria manter a velocidade limitada a 80km/h , visto que uma velocidade maior provavelmente aumentaria o número de acidentes e não traria melhorias significativas no tempo de travessia.

6 Conclusões

Este trabalho buscou modelar a ponte Rio-Niterói de acordo com o modelo hidrodinâmico, utilizando a metodologia mais adequada, sendo o primeiro a aplicar essa abordagem a essa via. O modelo apresentou resultados qualitativamente satisfatórios, e o método utilizado demonstrou grande versatilidade para lidar com diferentes cenários. Em particular, o método de MacCormack com viscosidade de Lapidus mostrou-se uma escolha interessante, pois permite ajustar a viscosidade artificial conforme as particularidades da via, algo que outros métodos não possibilitam. Além disso, a aproximação do fluxo de veículos como um fluido compressível, ideia central do estudo, mostrou-se condizente e promissora para a modelagem de casos mais complexos.

Recentemente, uma operação da Ecoponte (NITEROI, 2025) evidenciou a necessidade de modelos digitais como este. A intervenção gerou diversos transtornos para a população, e um teste virtual poderia ter antecipado os impactos e minimizado os incômodos. A aplicação de modelos computacionais avançados permite simular diferentes cenários e otimizar a gestão do tráfego, tornando-se uma ferramenta valiosa para o planejamento urbano e rodoviário.

Algumas sugestões e possíveis melhorias para trabalhos futuros:

- Implementação de múltiplas entradas e saídas;
- Exploração de diferentes modelos para a relação concentração-velocidade;
- Consideração de efeitos aleatórios para representar variabilidades do tráfego;
- Modelagem de condições meteorológicas e seus impactos no fluxo;
- Avaliação do modelo com dados reais mais detalhados, como medições de sensores de tráfego;
- Desenvolvimento de uma interface visual para facilitar a análise dos resultados;
- Expansão do estudo para outras vias de grande fluxo, testando a robustez do modelo;
- Otimização computacional do código para reduzir o tempo de simulação.

Referências Bibliográficas

ANDERSON, J. J. D. *Modern Compressible Flow with Historical Perspective*. [S.l.]: Mc Graw Hill, 2003.

ANDREWS, F. C. A statistical theory of traffic flow on highways. iii. distributions of desired speeds. *Transportation Research*, 7, p. 223–232, 1973.

BERTINI, R.; LEAL, M. T. Empirical study of traffic features at a freeway lane drop. *Journal of Transportation Engineering*, p. 397 – 407, 2005.

BONZANI, I. Hydrodynamics models of traffic flow: Drivers' behavior and nonlinear diffusion. *Department of Mathematics, Politecnico, Torino*, 2000.

CASSIDY, M.; BERTINI, R. Some traffic features at freeway bottlenecks. *Transportation Research Part. B*, p. 25 – 42, 1999.

CHUNG, Y.; RECKER, W. W. A methodological approach for estimating temporal and spatial extent of delays caused by freeway accidents. *IEEE TRANSACTIONS ON INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEMS*, p. 1454–1461, 2012.

CRUZ, J. 2022. Disponível em: https://oprelo.ioerj.com.br/2022/03/04/uma-ponte-de-encontros/?doing_wp_cron=1679009349.4755289554595947265625).

DAGANZO, C. F. The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B: Methodological*, p. 269–287, 1994.

DAGANZO, C. F. A finite difference approximation of the kinematic wave model of traffic flow. *Department of Civil Engineering and Institute of Transportation Studies, University of California*, 1995.

DAGANZO, C. F. A behavioral theory of multi-lane traffic flow. part i: Long homogeneous freeway sections. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2002.

DAGANZO, C. F.; LAVAL, J. A. Multi-lane hybrid traffic flow model: a theory on the impacts of lane-changing maneuvers. 2004.

GEROULGH, D. L.; HUBER, M. J. Publications. *Traffic Flow Theory*. [S.l.]: Transportation Research Board, 1975. 233 p. p.

GRACE, M. J.; POTTS, R. B. A theory of the diffusion of traffic platoons. *Operational Research*, 1964.

LAPIDUS, A. A detached shock calculation by second-order finite differences. *Journal of Computational Physics*, 1967.

LIGHTHILL, M. J.; WHITHAM, G. B. On kinematic waves. ii. a theory of traffic flow on long crowded roads. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1955.

NITEROI, G. de. *Ecoponte faz teste fechando uma via da rampa de acesso da Ponte e causa caos no trânsito em Niterói*. 2025. Disponível em: <https://www.guiadeniteroi.com/ecoponte-faz-teste-fechando-uma-via-da-rampa-de-acesso-da-ponte-e-causa-caos-no-transito-em-niteroi/#:~:text=Segundo%20informa%C3%A7%C3%B5es%2C%20o%20transtorno%20foi,durante%20o%20hor%C3%A1rio%20de%20pico.5>).

PIPES, L. Hydrodynamic approaches part 1. *Special Report 79, Highway Research Board*, 1964.

PIPES, L. Topics in the hydrodynamic theory of traffic flow. *Transportation Research*, 2, p. 143–149, 1968.

PONTES, N. M. e. G. R. A. J. Publications. *An Introduction to Compressible Flows with Applications Quasi-One Dimensional Approximation and General Formulation for Subsonic, Transonic and Supersonic Flows*. [S.l.]: Springer, 2019. 135 p. p.

RORBECH, J. Determining the length of the approach lanes required at signal controlled intersections on through highways-an application of the shock wave theory of lighthill and whitham. *Transportation Research*, 2, p. 283–291, 1968.

ROTHERY, R. W. Car following models. Disponível em: https://ocw.mit.edu/courses/1-225j-transportation-flow-systems-fall-2002/a884475721d0645b8ce2ee8640976caf_carfollowinga.pdf).